Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen Heft 10

Herausgeber:

Der Dekan des Facbereichs 10 - Bauwesen -
An der Universität Essen - Gesamthochschule

 Dipl.-Ing. A. TOPÇU
Fachgebiet Baumechanik - Statik
Fachbereich 10 - Bauwesen
Universität Essen - Gesamthochschule
4300 ESSEN
BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe IV Theorie der Tragwerke im Institut für konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr - Universität Bochum und im Fachgebiet Baumechanik - Statik im Fachbereich 10 - Bauwesen der Universität Essen - Gesamthochschule. Sie wurde vom Fachbereich 10 - Bauwesen der Universität essen - Gesamthochschule als Dissertation angenommen.

Herrn o.Prof.Dr.-Ing. G. THIERAUF danke ich recht herzlich für seine ständige Unterstützung und Förderung dieser Arbeit. Mein Dank gilt ebenfalls Herrn o.Prof.Dr.-Ing. W. B. KRÄTZIG, der mich als Doktorand aufgenommen hatte und nun auch Berichter im Promotionsverfahren wurde.

Meine Arbeitskollegen haben mit großer Mühe und viel Geduld die grammatikalischen Korrekturen durchgeführt. Frau M. MEHL hat die Bilder angefertigt und die Sonderzeichen in die Formeln eingesetzt. Für die sorgfältige Arbeit danke ich auch ihnen an dieser stelle sehr herzlich.

Ahmet TOPÇU

Doktorarbeit eingereicht am: 1o.7.1978
Tag der mündlichen Prüfung : 3.7.1979

Berichter :

o.Prof.Dr.-Ing. G. THIERAUF
(Universität Essen - Gesamthochschule)

o.Prof.Dr.-Ing. W.B. KRÄTZIG
(Ruhr - Universität Bochum)

Zusammenfassung

In dieser vorliegenden Arbeit wird die Kraftmethode zur Lösung von Problemen der linearen Elastostatik verwendet. Nach der Darstellung der Methode und ihrer Stellung innerhalb der Methode der Finiten Elemente folgt eine ausführliche Erörterung der automatischen Bestimmung der statisch Unbestimmten.

Es wird ein neues Verfahren zur Bestimmung der statisch Unbestimmten gezeigt, welches "kompakte" Eigenspannungszustände liefert. Kompakte Eigenspannungszustände beeinflussen einen möglichst kleinen Bereich des Tragwerks. Als Folge davon ergibt sich die Koeffizientenmatrix der Kompatibilitätsbedingungen in Bandform. Damit bringt das neue Verfahren eine erhebliche Verbesserung gegenüber herkömmlichen Verfahren und eröfnet neue Möglichkeiten der Anwendung der Kraftmethode in der Baumechanik.

Summary

In this thesis the Force Method is used to solve problems of linear elastostatics. After a presentation of the Force Method as a solution procedure for the Finite Element Method an extense discussion of the authomatic choice of the redundant foces is given.

A new method for the choice of the redundant forces is described which produces "compact" self-stressing states. "Compact" self-stressing states have only a very small region of influence within a structure. Thus the compatibility conditions are given as a set of equations with a banded matrix of the coefficients. Therefor the proposed method has some advantages compared to known methods and opens a new field of applications of the Force Method in structural mechanics.

Özet

Takdim edilen bu doktora çalışmasında lineer elâstik olan yapı sistemlerinin statik analizi kuvvet metodu kullanılarak yapılmıştır. Metod sonlu elemanlar metodu için formüle edildikten sonra hiperstatik bilinmeyenlerin otomatik seçimine geniş yer verilmiştir.

Hiperstatik bilinmeyenlerin seçimi için geliştirilen yeni bir metodda hiperstatik bilinmeyenlere ait birim yüklemelerden doğan iç kuvvet dağılımı (denge denklemlerinin homojen çözümleri) sistem içerisinde dallanmamaktadır. Bu nedenle sistemin mümkün olduğu kadar az sayıda elemanı tesir alanı içinde kalmakta, başka bir deyimle, kuvvet dağılımı bölgesel olmaktadır. Denge denklemlerinin bu tür homojen çözümlerine "kompak" homojen çözümler denir. Sistemin süreklilik denklemleri "kompak" homojen çözümlerle kurulursa hiperstatik bilinmeyenlerin katsayılar matrisi band şeklini almaktadır. Söz konusu metod klasik kuvvet metoduna önemli bir yenilik getirmekte ve metodun yapı sistemlerinin statik analizine uygulanmasında yeni imkânlar açmaktadır.

INHALTSVERZEICHNIS

A great step forward in the automation of the calculations would be achieved if the computer itself could be taught to investigate the topology of the equilibrium matrix and deduce the self-strainings confined to the smallest number of elements.

B. Fraeijs de VEUBEKE

1. EINLEITUNG

Die Anwendung der Kraftmethode bei der Berechnung von Tragwerken führt im allgemeinen zu unterbestimmten Gleichungssystemen von Gleichgewichtsbedingungen, die zusammen mit den Kompatibilitätsgleichungen gelöst werden können. Um die Kompatibilitätsgleichungen aufstellen zu können, müssen statisch Unbestimmte gewählt und die zugehörigen Eigenspannungszustände bestimmt werden.

Die automatische Wahl der statisch Unbestimmten und die Berechnung der Eigenspannungszustände ist erst durch die Arbeiten von DENKE [12] und ROBINSON [13, 14] möglich geworden.

Diese Arbeiten geben jedoch keine Lösung des von de VEUBEKE ([15], Seite 193) formulierten Problems :

> **"Es wäre ein großer Fortschritt, wenn man mit Hilfe des Rechners allein aus den Gleichgewichtsbedingungen Eigenspannungszustände so bestimmen könnte, daß sie "kompakt"[22] sind, das heißt, daß sie möglichst wenige Elemente des Tragwerks beeinflussen"**

Kompakte Eigenspannungszustände liefern eine Koeffizientenmatrix der Kompatibilitätsgleichungen, die Bandform besitzt und gute Kondition aufweist. Die Ausnutzung der Bandform bewirkt eine erhebliche Speicherplatzersparnis und reduziert die Rechenzeit. Weiterhin wird der Einfluß der Rundungsfehler bei der Computerberechnung verringert, so daß die Berechnung kompakter Eigenspannungszustände bei der Analyse großer Systeme nach der Kraftmethode unerläßlich erscheint.

Die vorliegende Arbeit stellt eine Lösung dieses Problems dar. Ein neues Verfahren zur automatischen Wahl der statisch Unbestimmten und die Berechnung kompakter Eigenspannungszustände werden vorgestellt. Das Verfahren, das sich als automatische Bestimmung von Gruppenlasten deuten läßt, geht nur von den Gleichgewichtsbedingungen aus, und ist ohne Beschränkung auf alle Arten von Tragwerken anwendbar.

1.1 Vereinbarungen und Annahmen

Die Darstellung der Arbeit erfolgt im dreidimensionalen Raum durch die kartesischen Koordinaten $x = x_1$, $y = x_2$ und $z = x_3$. Es wird sowohl von der Index- als auch verallgemeinernd von der Matrizenschreibweise Gebrauch gemacht. Die Indizes $i, j = 1,2,3$ beziehen sich auf die Koordinatenrichtungen x_1, x_2, x_3.

Tritt in einem Produkt zweimal der gleiche Index auf, so ist über diesen Index zu summieren.

Für die partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x_i}$ steht $,i$ oder ∂_i.

Matrizen sind im Gegensatz zu skalaren Größen durch Unterstreichen gekennzeichnet. Der Index nxm bei $\underline{A}_{nxm}$ gibt die Dimension der Matrix $\underline{A}$ an.

Spaltenvektoren bzw. Diagonalmatrizen werden durch Schreibweisen $\{\ldots\ldots\}$ bzw. $\lceil\ldots\ldots\rfloor$ gekennzeichnet. $\underline{I}$ ist die Einheitsmatrix und $\underline{o}$ die Nullmatrix.

Für das Material wird angenommen, es sei homogen, isotrop und gehorche dem HOOKE'schen Gesetz. Die Belastung sei statisch und Verformungen seien im Sinne der linearen Elastizitätstheorie klein.

Die Kapitel 2, 3 und 4 basieren auf [1, 2, 4, 5] und [3].