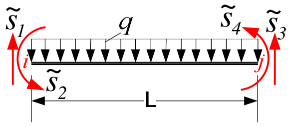
EKLER

EK1: Sürekli kiriş elemanı ankastrelik kuvvetleri:

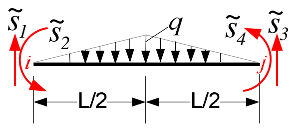
$\tilde{s}_1$, $\tilde{s}_3$: Kesme kuvveti, $\tilde{s}_2$, $\tilde{s}_4$: Eğilme momenti

Yük tipi=1



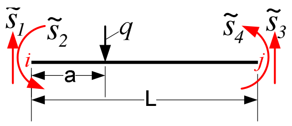
$$\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{qL}{2}\\ \frac{qL^2}{12}\\ \frac{qL}{2}\\ -\frac{qL^2}{12}\end{bmatrix}$$

Yük tipi=3



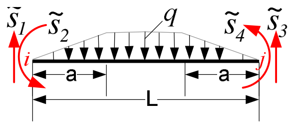
$$\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{qL}{4}\\ \frac{5}{96}qL^2\\ \frac{qL}{4}\\ -\frac{5}{96}qL^2\end{bmatrix}$$

Yük tipi=2



$$\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q(1-\frac{3a^2}{L^2}+\frac{2a^3}{L^3})\\ q(a-\frac{2a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2})\\ q(\frac{3a^2}{L^2}-\frac{2a^3}{L^3})\\ q(-\frac{a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2})\end{bmatrix}$$

Yük tipi=4

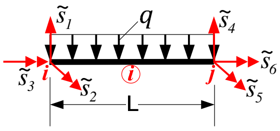


$$\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}q(L-a)\\ \frac{q}{12}(L^2-2a^2+\frac{a^3}{L})\\ \frac{1}{2}q(L-a)\\ -\frac{q}{12}(L^2-2a^2+\frac{a^3}{L})\end{bmatrix}$$

EK2: Kaset eleman ankastrelik kuvvetleri:

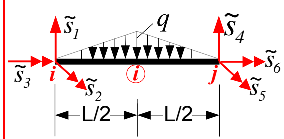
$\tilde{s}_1$, $\tilde{s}_4$: Kesme kuvveti, $\tilde{s}_2$, $\tilde{s}_5$: Eğilme momenti, $\tilde{s}_3$, $\tilde{s}_6$: Burulma momenti

Yük tipi=1



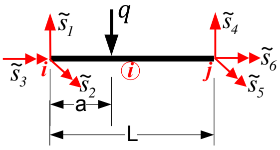
$$\underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\\ \tilde{s}_5\\ \tilde{s}_6\end{bmatrix}}_{\tilde{s}^i}=\begin{bmatrix}\frac{qL}{2}\\ \frac{qL^2}{12}\\ 0\\ \frac{qL}{2}\\ -\frac{qL^2}{12}\\ 0\end{bmatrix}$$

Yük tipi=3



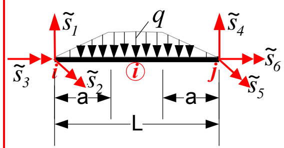
$$\underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\\ \tilde{s}_5\\ \tilde{s}_6\end{bmatrix}}_{\tilde{s}^i}=\begin{bmatrix}\frac{qL}{4}\\ \frac{5}{96}qL^2\\ 0\\ \frac{qL}{4}\\ -\frac{5}{96}qL^2\\ 0\end{bmatrix}$$

Yük tipi=2



$$\underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\\ \tilde{s}_5\\ \tilde{s}_6\end{bmatrix}}_{\tilde{s}^i}=\begin{bmatrix}q(1-\frac{3a^2}{L^2}+\frac{2a^3}{L^3})\\ q(a-\frac{2a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2})\\ 0\\ q(\frac{3a^2}{L^2}-\frac{2a^3}{L^3})\\ q(-\frac{a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2})\\ 0\end{bmatrix}$$

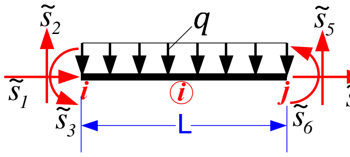
Yük tipi=4



$$\underbrace{\begin{bmatrix}\tilde{s}_1\\ \tilde{s}_2\\ \tilde{s}_3\\ \tilde{s}_4\\ \tilde{s}_5\\ \tilde{s}_6\end{bmatrix}}_{\tilde{s}^i}=\begin{bmatrix}\frac{q}{2}(L-a)\\ \frac{q}{12}(L^2-2a^2+\frac{a^3}{L})\\ 0\\ \frac{q}{2}(L-a)\\ -\frac{q}{12}(L^2-2a^2+\frac{a^3}{L})\\ 0\end{bmatrix}$$

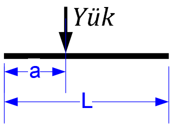
EK3: Düzlem çerçeve elemanı ankastrelik kuvvetleri:

Yük tipi=1



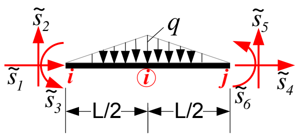
$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}0\\ \frac{qL}{2}\\ \frac{qL^2}{12}\\ 0\\ \frac{qL}{2}\\ -\frac{qL^2}{12}\end{bmatrix}$$

Yük tipi=2



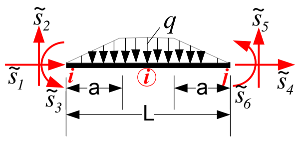
$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}0\\ q(1-\frac{3a^2}{L^2}+\frac{2a^3}{L^3})\\ q(a-\frac{2a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2})\\ 0\\ q(\frac{3a^2}{L^2}-\frac{2a^3}{L^3})\\ q(-\frac{a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2})\end{bmatrix}$$

Yük tipi=3



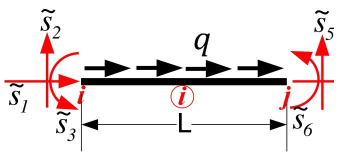
$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}0\\ \frac{qL}{4}\\ \frac{5}{96}qL^2\\ 0\\ \frac{qL}{4}\\ -\frac{5}{96}qL^2\end{bmatrix}$$

Yük tipi=4



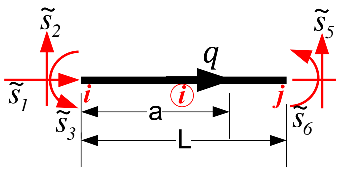
$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}0\\ \frac{q}{2}(L-a)\\ \frac{q}{12}(L^2-2a^2+\frac{a^3}{L})\\ 0\\ \frac{q}{2}(L-a)\\ -\frac{q}{12}(L^2-2a^2+\frac{a^3}{L})\end{bmatrix}$$

Yük tipi=5



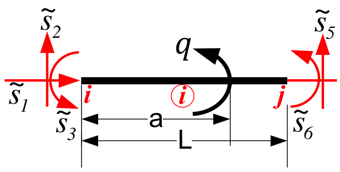
$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}-\frac{qL}{2}\\ 0\\ 0\\ -\frac{qL}{2}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

Yük tipi=6



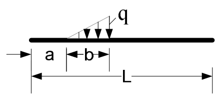
$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}-\frac{q(L-a)}{L}\\ 0\\ 0\\ -\frac{qa}{L}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

Yük tipi=7

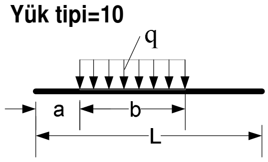


$$\underbrace{\begin{Bmatrix}\tilde{S}_1\\ \tilde{S}_2\\ \tilde{S}_3\\ \tilde{S}_4\\ \tilde{S}_5\\ \tilde{S}_6\end{Bmatrix}}_{\tilde{S}^i}=\begin{bmatrix}0\\ \frac{6q}{L^3}a(L-a)\\ -q(1+\frac{3a^2}{L^2}-\frac{4a}{L})\\ 0\\ -\frac{6q}{L^3}a(L-a)\\ q(-\frac{3a^2}{L^2}+\frac{2a}{L})\end{bmatrix}$$

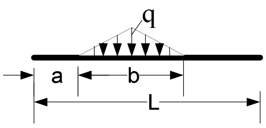
Yük tipi=8



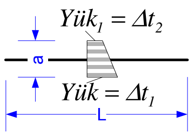
Yük tipi=10



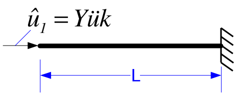
Yük tipi=12



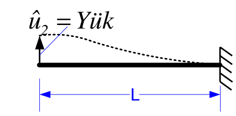
Yük tipi=13: Farklı sıcaklık



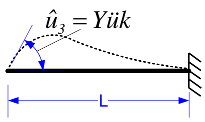
Yük tipi=15: 1 yönünde yerel yer değiştirme



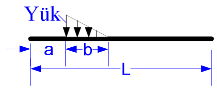
Yük tipi=17: 2 yönünde yerel yer değiştirme



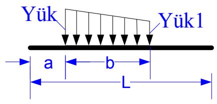
Yük tipi=19: 3 yönünde yerel yer değiştirme



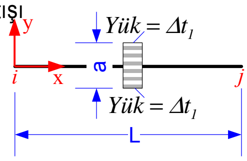
Yük tipi=9



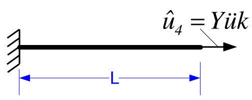
Yük tipi=11



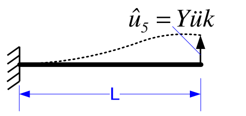
Yük tipi=14: Üniform sıcaklık artışı



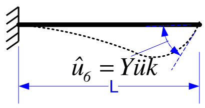
Yük tipi=16: 4 yönünde yerel yer değiştirme



Yük tipi=18: 5 yönünde yerel yer değiştirme



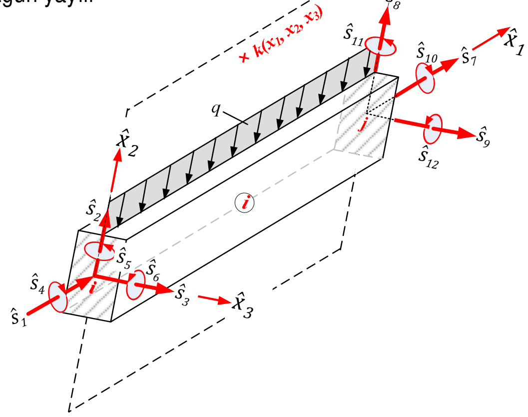
Yük tipi=20: 6 yönünde yerel yer değiştirme



EK4: Uzay çerçeve elemanı ankastrelik kuvvetleri:

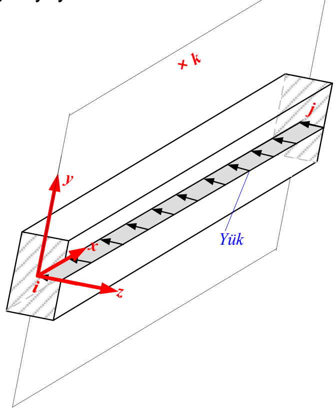
Yük $\hat{x}_1 - \hat{x}_2$ düzleminde, $\hat{x}_2$ ile ters yönde ve elemana diktir. L elemanın boyudur.

Yük tipi=21: yerel y doğrultusunda düzgün yayılı

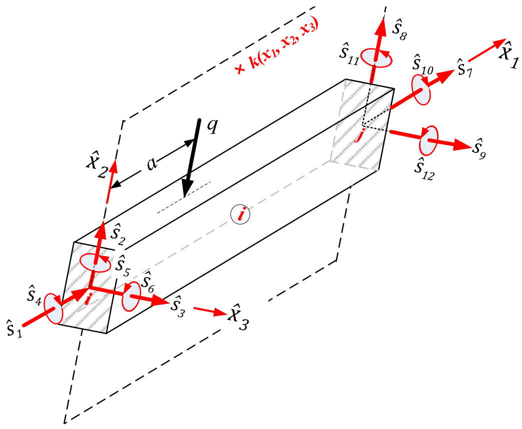


$$\tilde{\underline{s}}^i = \begin{bmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \\ \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_4 \\ \tilde{s}_5 \\ \tilde{s}_6 \\ \tilde{s}_7 \\ \tilde{s}_8 \\ \tilde{s}_9 \\ \tilde{s}_{10} \\ \tilde{s}_{11} \\ \tilde{s}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{qL}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{qL^2}{12} \\ 0 \\ \frac{qL}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{qL^2}{12} \end{bmatrix}$$

Yük tipi=22: yerel z doğrultusunda düzgün yayılı

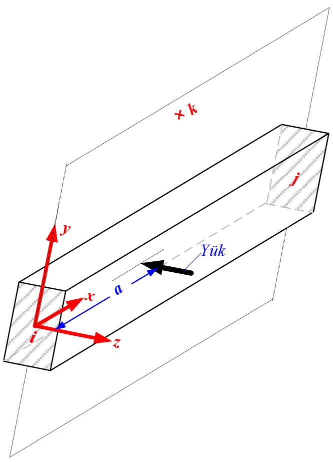


Yük tipi=23: yerel y doğrultusunda tekil



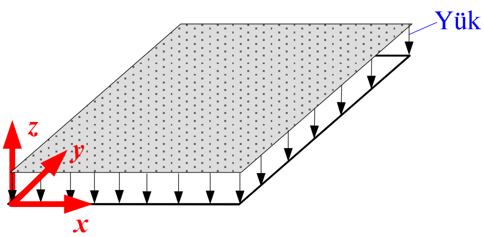
$$\tilde{\underline{s}}^i = \begin{bmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \\ \tilde{s}_3 \\ \tilde{s}_4 \\ \tilde{s}_5 \\ \tilde{s}_6 \\ \tilde{s}_7 \\ \tilde{s}_8 \\ \tilde{s}_9 \\ \tilde{s}_{10} \\ \tilde{s}_{11} \\ \tilde{s}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ q(1-\frac{3a^2}{L^2}+\frac{2a^3}{L^3}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ q(a-\frac{2a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2}) \\ 0 \\ q(\frac{3a^2}{L^2}-\frac{2a^3}{L^3}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ q(-\frac{a^2}{L}+\frac{a^3}{L^2}) \end{bmatrix}$$

Yük tipi=24: yerel z doğrultusunda tekil



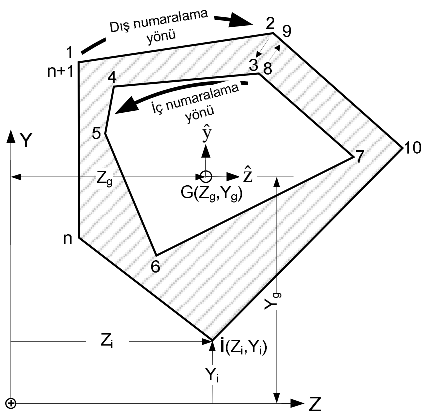
Plak yükü:

Yük tipi=25: yerel z doğrultusunda düzgün yayılı



EK5: KESİT SABİTLERİ

Tanımlar:
Sağda genel bir kesit gösterilmiştir. Kesit dolu, boşluklu, boşluklu ince cidarlı veya boşluklu kalın cidarlı olabilir. Dolu bölge taranmıştır.

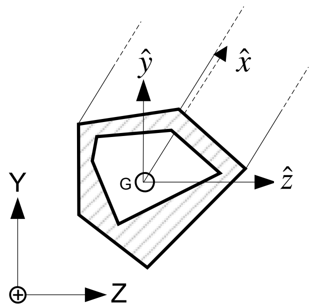


Dolu kesit: İç bölgesinde boşluk olmayan kesit (dikdörtgen, daire gibi).
Boşluklu kesit: İç bölgesinde boşluk olan kesit (halka, kutu gibi).
İnce/kalın cidarlı kesit: Bir boyutu diğer boyutu yanında oldukça küçük olan kesite ince cidarlı denir. **"Oldukça küçük"** kavramının net bir sınırı yoktur. Genellikle bir boyutu diğer boyutunun onda biri **civarında** olan kesitler ince cidarlı varsayılır. Örnek: bir kenarı 25 cm diğer kenarı 50 cm olan bir dikdörtgen kesit (25/50=0.5 >1/10) kalın cidarlı dolu kesit varsayılırken kenarları 25 cm ve 500 cm olduğunda (25/500 =0.05 <1/10) ince cidarlı varsayılır.
Et kalınlığı 12 cm dış çapı 50 cm olan halka kesit (12/50=0.34>1/10) boşluklu kalın cidarlı varsayılırken et kalınlığı 12 cm çapı 150 cm olduğunda (12/150=0.08<1/10) ince cidarlı varsayılır.

Bu tanıma göre çelik profil kesitler daima ince cidarlıdır. Betonarme perde kesitler de (kenarlar oranı en az 1/7) ince cidarlı varsayılabilir.

Kesit Alanı: kesitin taralı alanıdır.

Atalet momentleri:
Kesitin ağırlık merkezinden geçen $\hat{x}$, $\hat{y}$ ve $\hat{z}$ eksenlerine göre atalet momentleridir.
$\hat{z}$ ve $\hat{y}$ eksenleri kesit düzleminde, $\hat{x}$ kesit düzlemine dik ve çubuk (eleman) ekseni boyunca uzanmaktadır.



$$J = I_{\hat{x}} \text{ kesitin burulma atalet momenti}$$
$$I_{\hat{y}} \text{ kesitin } \hat{y} \text{ eksenine göre atalet momenti}$$
$$I_{\hat{z}} \text{ kesitin } \hat{z} \text{ eksenine göre atalet momenti}$$
$$I_{\hat{z}\hat{y}} \text{ kesitin çarpım atalet momenti}$$
$$I_p \text{ kesitin G ağırlık merkezine göre polar atalet momenti}$$

dir. Çoğu kaynaklarda burulma atalet momenti J ile gösterilir.

Köşe noktalarının koordinatları bilinen herhangi bir kesitin alanı, ağırlık merkezinin koordinatları ve atalet momentlerinin sayısal değerleri aşağıdaki bağıntılar yardımıyla da bulunabilir:

Alan: $A = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(Z_{i+1}-Z_i)(Y_{i+1}+Y_i)$

Ağırlık merkezinin koordinatları:

$$Z_g = -\frac{1}{6A}\sum_{i=1}^{n}(Y_{i+1}-Y_i)(Z_i^2+Z_i\cdot Z_{i+1}+Z_{i+1}^2)$$
$$Y_g = \frac{1}{6A}\sum_{i=1}^{n}(Z_{i+1}-Z_i)(Y_i^2+Y_i\cdot Y_{i+1}+Y_{i+1}^2)$$

Atalet momentleri:

$$I_{\hat{y}} = -\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n}(Y_{i+1}-Y_i)(Z_{i+1}+Z_i)(Z_{i+1}^2+Z_i^2)$$
$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n}(Z_{i+1}-Z_i)(Y_{i+1}+Y_i)(Y_{i+1}^2+Y_i^2)$$

$$I_{\hat{z}\hat{y}} = \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{n}(Z_{i+1}-Z_i)\left[2Z_iY_i^2+(Z_{i+1}+Y_i)^2(Z_{i+1}+Z_i)+2Z_{i+1}Y_{i+1}^2\right]$$

$J = I_{\hat{x}}$ burulma atalet momenti dairesel ve kalın cidarlı halka kesitlerde I_p polar atalet momenti ile aynıdır.

Diğer tüm kesitlerde $J = I_{\hat{x}} \neq I_p$ dır. Burulma atalet momenti için genel analitik bir bağıntı vermek mümkün değildir. Ancak, burulma atalet momenti bilinemeyen **dolu kesitlerde**

$$J = I_{\hat{x}} \approx \frac{1}{40}\frac{A^4}{I_p}$$

Yaklaşık değeri alınabilir. Hata en çok %10 dur (M. İNAN, Mukavemet, Sayfa 191).

Kesme Alanı ve Kesme Alanı Düzeltme Katsayısı:

Mukavemet dersinden bilindiği gibi kayma birim deformasyonu

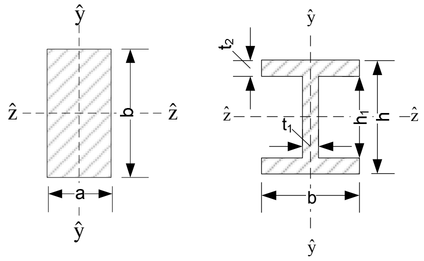
$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{kV}{GA_{kesme}}$$

Bağıntısından hesaplanır (M. İNAN, Mukavemet, Sayfa 161). τ**:** kayma gerilmesi**,** G: kayma modülü, V: kesme kuvveti, A_{kesme}: kesme alanıdır.

Kayma gerilmesinin düzgün yayılı olmaması nedeniyle kullanılan k sabitine kesme alanı düzeltme katsayısı denir. k=0 alınırsa kayma deformasyonları ihmal edilmiş olur. Büyük boylu ve küçük kesitli elemanlarda k sabiti sonuçları hemen hiç etkilemez, k=0 alınabilir.

Boy/büyük kenar oranı 10 dan küçük olan elemanlarda k sabiti çok etkin olur, sonuçları %10~%50 civarında değiştirir. Betonarme perde ve yüksek kirişlerde *Boy/büyük kenar* oranı bire yakındır. Bu nedenle, **atalet momenti çok yüksek olan perde ve yüksek kiriş gibi elemanlarda k sayısı sıfır alınmamalıdır.**

$\hat{y}$ - $\hat{z}$ düzlemindeki kesitin kesme kuvvetini karşılayan kesme alanı kuvvetin etkime yönüne bağlı olarak farklı olabilir. Dikdörtgen bir kesitte her iki yönde de aynı, A_{kesme}=bh dır. Bir I kesitte ise, kesme kuvveti $\hat{y}$ yönünde etkidiğinde kesmenin hemen tamamı gövde tarafından karşılanır, $A_{kesme}=t_1h_1$ (gövde alanı). Kesme kuvveti $\hat{z}$ yönünde etkidiğinde kuvvetin hemen tamamı başlıklar tarafından karşılanır, A_{kesme} = $2t_2b$ (başlıkların alanı) olur.



Uygulamada sıkça karşılaşılan kesitlerin k sabitleri aşağıda **KESİT SABİTLERİ ÇİZELGESİ**nde verilmiştir.

Notlar:

- Bazı kaynaklar k sabitinin tersini kullanır.
- k değeri kesin değildir, kaynaktan kaynağa biraz farklı olabilir. Örneğin, dikdörtgen bir kesit için bazı kaynaklarda k=6/5=1.2 olarak, bazı kaynaklarda ise ν Poisson oranına bağlı olarak verilmektedir. Poisson oranı ile tanımlanan k değerleri gerçeğe daha yakındır.
- Sonlu eleman yazılımları, kesitin geometrisi tanımlandığı durumda, k ve A_{kesme} değerlerini hesaplarlar. Kesit geometrisi yerine, $A, I_{\hat{x}}, I_{\hat{y}}, I_{\hat{z}}$ kesit sabitlerinin girdi olarak verildiği durumda k ve A_{kesme} değerleri birleştirilerek girdi olarak verilir. Bazıları k/A_{kesme}, bazıları $(1/k)\,A_{kesme}$, bazıları da $k\,A_{kesme}/A$ değerini veri olarak ister. Örneğin SAP 2000 yazılımı $(1/k)\,A_{kesme}$ değerini, pcaFrame yazılımı kA_{kesme}/A değerini ister.

KESİT SABİTLERİ ÇİZELGESİ (kesit alanı, atalet momentleri, k sabiti[1])

Kiriş veya kolon dikdörtgen Kesit:

$A = ab$

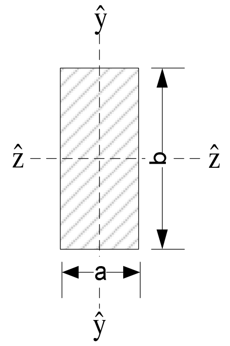
$$a \le b \text{ ise: } \quad J = I_{\hat{x}} = \frac{ba^3}{3}\left(1 - 0.63\frac{a}{b} + 0.053\frac{a^5}{b^5}\right)$$

$$b \le a \text{ ise: } \quad J = I_{\hat{x}} = \frac{ab^3}{3}\left(1 - 0.63\frac{b}{a} + 0.053\frac{b^5}{a^5}\right)$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{12}ba^3$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12}ab^3$$

$$k = \frac{12 + 11\nu}{10(1+\nu)}$$



Daire kolon Kesit:

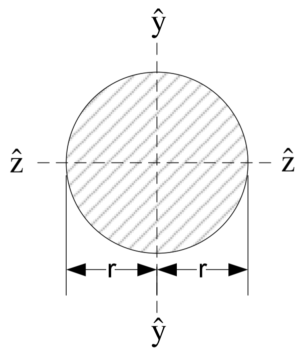
$$A = \pi r^2$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{1}{2}\pi r^4$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{4}\pi r^4$$

$$k = \frac{7 + 6\nu}{6(1+\nu)}$$



Kalın cidarlı halka kolon Kesit:

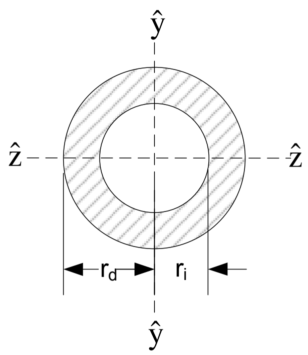
$$A = \pi(r_d^2 - r_i^2)$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{1}{2}\pi(r_d^4 - r_i^4)$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{4}\pi(r_d^4 - r_i^4)$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{4}\pi(r_d^4 - r_i^4)$$

$$k = \frac{(7+6\nu)(1+m^2)^2 + (20+12\nu)m^2}{6(1+\nu)(1+m^2)^2} \quad , \text{ burada } \quad m = \frac{r_i}{r_d} \text{ dir.}$$



[1] υ Poisson oranıdır. υ ye bağlı k değerleri Cowper, G. R. (1966), The Shear coefficient in Timeshenko's beam theory. J. Appl. Mech. vol. 33, no 2, p: 335-340. Burada verilen k bağıntıları, Pilkey, W. D., Formulas for Stress, strain and structural matricies, J. Wiley&Sons, New york, 1994 den alınmıştır.

Elips kolon Kesit:

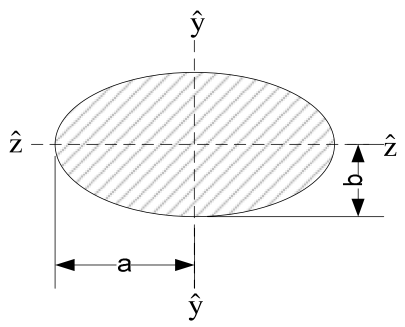
$$A = \pi \, ab$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{\pi \, a^3 b^3}{a^2 + b^2}$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{\pi}{4} ba^3$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{\pi}{4} ab^3$$

$$k = \frac{(40 + 37\nu)b^4 + (16 + 10\nu)a^2 b^2 + \nu a^4}{12(1+\nu)b^2(3b^2 + a^2)}$$



Düzgün çokgen kolon Kesit:

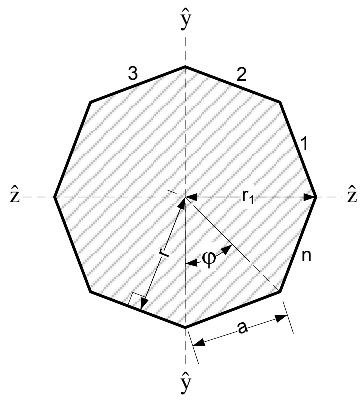
$$A = n\frac{ar}{2}$$

$$J = I_{\hat{x}} = \alpha \, r^2 A$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{A}{24}(6r_1^2 - a^2)$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{A}{24}(6r_1^2 - a^2)$$

$$k \approx \frac{7 + 6\nu}{6(1+\nu)} \qquad (\text{n} \geq 6 \text{ için})$$



	n				
	3	4	6	8	∞
α	0.600	0.562	0.553	0.520	0.500

İnce cidarlı boru veya perde Halka Kesit:

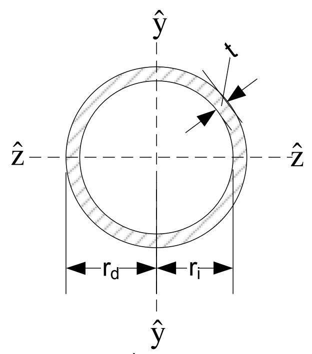
$$A = \pi(r_d^2 - r_i^2)$$

$$J = I_{\hat{x}} = 2\pi\,(r_i + \frac{\text{t}}{2})^3 \, t$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{4}\pi(r_d^4 - r_i^4)$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{4}\pi(r_d^4 - r_i^4)$$

$$k = \frac{4 + 3\nu}{2(1+\nu)}$$



r_d : dış yarıçap
r_i : iç yarıçap
t= $r_d - r_i$: et kalınlığı

İnce cidarlı çelik profil veya betonarme perde kutu (tüp) kesit:

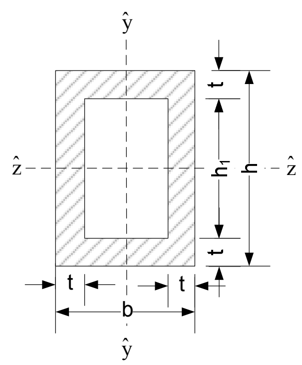
$$A = 2bt + 2h_1 t$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{2(b-t)^2(h-t)^2 t}{(b-t)+(h-t)}$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{12}(hb^3 - h_1(b-2t)^3)$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12}(bh^3 - (b-2t)h_1^3)$$

$$k = \frac{48 + 39\nu}{20(1+\nu)}$$



Çelik profil kesitin $I_{\hat{y}}$ ve $I_{\hat{z}}$ değerleri profil tablolarından alınır.

İnce cidarlı çelik profil veya betonarme perde C kesit:

$$A = 2bt_2 + h_1t_1$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{\alpha}{3}(h_1t_1^3 + 2bt_2^3)$$

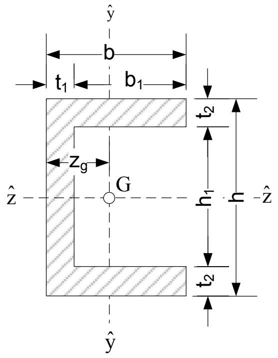
$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{12}h_1t_1^3 + t_1h_1(z_g - \frac{t_1}{2})^2 + 2[\frac{t_2b^3}{12} + bt_2(\frac{b}{2} - z_g)^2]$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12}(bh^3 - b_1h_1^3)$$

$$z_g = \frac{h_1t_1^2 + 2t_2b^2}{2(h_1t_1 + 2t_2b)}$$

$$k \approx \frac{6}{5}\frac{t_1h_1}{A}(\hat{y}\ \textit{yönü kesme için})$$

$$k \approx \frac{6}{5}\frac{2t_2b}{A}(\hat{z}\ \textit{yönü kesme için})$$



İnce cidarlı çelik profil veya betonarme perde I kesit:

$$A = 2bt_2 + h_1t_1$$

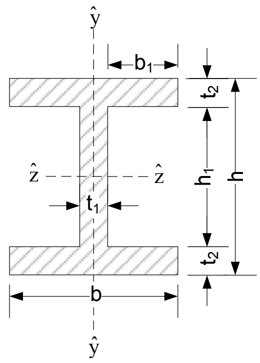
$$J = I_{\hat{x}} = \frac{\alpha}{3}(2bt_2^3 + h_1t_1^3)$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{12}(h_1t_1^3 + 2t_2b^3)$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12}(bh^3 - 2b_1h_1^3)$$

$$k \approx \frac{6}{5}\frac{t_1h_1}{A}(\hat{y}\ \textit{yönü kesme için})$$

$$k \approx \frac{6}{5}\frac{2t_2b}{A}(\hat{z}\ \textit{yönü kesme için})$$



Çelik profil için α=1.29~1.32, betonarme kesit için α=1 dir. Çelik profil kesitin $I_{\hat{y}}$ ve $I_{\hat{z}}$ değerleri profil tablolarından alınır.

İnce cidarlı çelik profil veya betonarme perde L kesit:

$$A = h_1t_1 + bt_2$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{1}{3}(h_1t_1^3 + bt_2^3)$$

$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{12}ht_1^3 + ht_1(z_g - \frac{t_1}{2})^2 + \frac{1}{12}t_2b_1^3 + t_2b_1(t_1 + \frac{b_1}{2} - z_g)^2$$

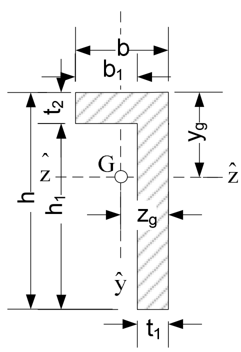
$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12}(t_1h^3 + t_1h(\frac{h}{2} - y_g)^2 + \frac{1}{12}b_1t_2^3 + t_2b_1(y_g - \frac{t_2}{2})^2$$

$$y_g = \frac{t_1h^2 + b_1t_2^2}{2(t_1h + b_1t_2)}$$

$$z_g = \frac{ht_1^2 + b_1t_2(2t_1 + b_1)}{2(t_1h + b_1t_2)}$$

$$k = \frac{6}{5}\frac{t_1h_1}{A}(\hat{y}\ \textit{yönü kesme için})$$

$$k = \frac{6}{5}\frac{t_2b_1}{A}(\hat{z}\ \textit{yönü kesme için})$$



Çelik profil kesitin $I_{\hat{y}}$ ve $I_{\hat{z}}$ değerleri profil tablolarından alınır.

İnce cidarlı çelik profil veya betonarme perde T kesit:

$$A = h_1 t_1 + b t_2$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{\alpha}{3}(h_1 t_1^3 + b t_2^3)$$

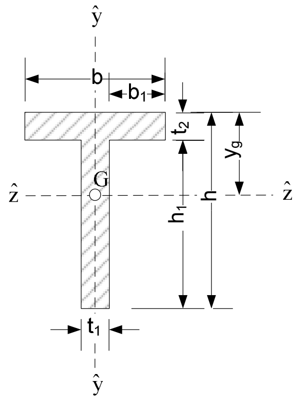
$$I_{\hat{y}} = \frac{1}{12}(t_2 b^3 + h_1 t_1^{\,3})$$

$$I_{\hat{z}} = \frac{1}{12} t_1 h^3 + t_1 h(\frac{h}{2} - y_g)^2 + 2[\frac{1}{12} b_1 t_2^3 + b_1 t_2 (y_g - \frac{t_2}{2})^2]$$

$$y_g = \frac{t_1 h^2 + 2 b_1 t_2^2}{2(t_1 h + 2 t_2 b_1)}$$

$$k = \frac{6}{5}\,\frac{t_1 h_1}{A}\,(\hat{y}\ \textit{yönü kesme için})$$

$$k = \frac{6}{5}\,\frac{t_2 b}{A}\,(\hat{z}\ \textit{yönü kesme için})$$



Çelik profil için α= 1.12, betonarme kesit için α=1 dir. Çelik profil kesitin $I_{\hat{y}}$ ve $I_{\hat{z}}$ değerleri profil tablolarından alınır.

İnce cidarlı açık kesitler: Çelik profiller, betonarme perdeler

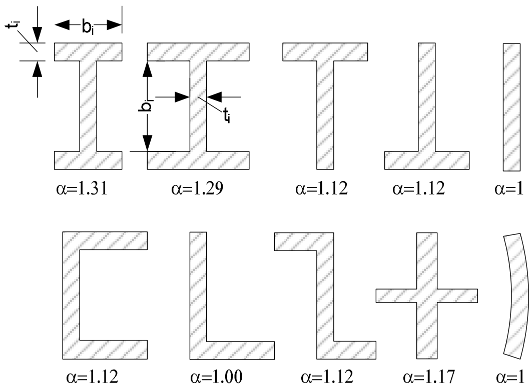
$$A = \textit{her kesitte farklı}$$

$$J = I_{\hat{x}} = \frac{\alpha}{3}\sum_{i=1}^{n} b_i t_i^3$$

$$I_{\hat{y}} = \textit{her kesitte farklı}$$

$$I_{\hat{z}} = \textit{her kesitte farklı}$$

$$k = \textit{her kesitte farklı}$$



n: Et kalınlığı t_i ve uzunluğu b_i olan parça sayısı.
Parçaların uzunluğu yay şeklinde olabilir. Bu durumda b_i yay uzunluğudur.
$I_{\hat{y}}$ ve $I_{\hat{z}}$ değerleri profiller için profil tablolarından alınır, betonarme perdeler için bilinen bir yolla (Steiner formülü) hesaplanır.

Çelik profiller için α şekillerde gösterilen değer alınır. α Katsayısının etkisi fazla değildir. Burada verilmeyen kesitlerde α=1 alınabilir. Betonarme kesitler için α=1 dir. $t_i / b_i < 1/10$ durumunda kesit ince cidarlı kabul edilebilir.

EK6: Matris notasyonu, matris işlemleri (Özet)

Geniş bilgi için bakınız: http://mmf2.ogu.edu.tr/atopcu/index_dosyalar/BDNADersNotlari.htm

Matris bir biri ile ilişkili birçok nesnenin, sayının veya değişkenin, … bir araya getirildiği bir tablodur, bir şemadır, matrisin sayısal bir değeri yoktur. Sabit sayılardan ayırt edebilmek için altı çizilir veya koyu yazılır.

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ . & . & \dots & . \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \qquad \underline{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_m \end{bmatrix} \qquad \underline{A}_{1xn}=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & . & a_n \end{bmatrix}$$

n satır, m kolonlu matris

Kolon matris =vektör

Satır matris =vektör

Örnekler:

$$\underline{\sigma}=\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \qquad \underline{C}=\begin{bmatrix} -9.73 & 0.964 & -5.55 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 9 & 4 & 0.25 \end{bmatrix}, \quad \underline{B}=\begin{bmatrix} \sqrt{x} & 0 & y \\ z^2 & x & -2t \end{bmatrix} \qquad \underline{A}=\begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & -3 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \underline{A}=\begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 1 & 7 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

Kare

Kare ve simetrik

$$\underline{D}=\begin{bmatrix} d_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22} & \dots & 0 \\ . & & . & . \\ 0 & 0 & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} = diag\begin{bmatrix} d_{11} & d_{22} & . & d_{nn} \end{bmatrix} = \lceil d_{11}\ d_{22} \dots d_{nn} \rfloor$$

Diyagonal

$$\underline{L}=\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ . & & \dots & . \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \qquad \text{Örnek}: \ \underline{L}=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 5.5 & 13 & 0 & 0 \\ 16 & 7 & -7 & 0 \\ -4 & 22 & 0 & 13.2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{U}=\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \qquad \text{Örnek}: \ \underline{U}=\begin{bmatrix} 3 & 5.5 & 16 & -4 \\ 0 & 13 & 7 & 22 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 13.2 \end{bmatrix}$$

Üst üçgen

$$\underline{O}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{I}=\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

Sıfır matris

Birim matris. Diyagonal dışı terimler=0 dır

Alt bant genişliği

Üst bant genişliği

Band matris. Band dışındaki terimler=0 dır.

Yarı bant genişliği

Simetrik band matris. Band dışındaki elemanlar=0 dır.

$m_2=2$, $m_1=2$, $b=3$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} 23 & 5 & -1 & & & & & \\ 5 & 20 & 6 & -4 & & & & \\ -1 & 6 & 18 & 3 & -3 & & & \\ & -4 & 3 & 42 & 11 & 3 & & \\ & & -3 & 11 & 33 & 4 & 2 & \\ & & & 3 & 4 & 19 & 0 & 4 \\ & & & & 2 & 0 & 10 & -4 \\ & & & & & 4 & -4 & 16 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 23 & 5 & -1 & & & & & \\ & 20 & 6 & -4 & & & & \\ & & 18 & 3 & -3 & & & \\ & & & 42 & 11 & 3 & & \\ & & & & 33 & 4 & 2 & \\ Sim & & & & & 19 & 0 & 4 \\ & & & & & & 10 & -4 \\ & & & & & & & 16 \end{bmatrix}$$

Ana bant genişliği=5

Seyrek matris. Gösterilmeyen terimlerr=0 dır.

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} & & 2 & & & & & & & \\ 6 & & & & & & & & 6 & \\ & & 1 & 2 & & & & & & \\ & & & & & & 7 & & & \\ & 2 & & & 4 & & & & & \\ & & & & & 8 & & & & \\ & & & & & & & -9 & & 2 \\ -6 & & & 3 & 3 & & & & & \\ & & & & & & & 3 & & \\ -4 & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Bölünmüş matris, alt maris:

Bölünmüş matris

$$\underline{A}=\left[\begin{array}{c|cc|c} -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array}\right]=\begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} & \underline{a}_{13} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} & \underline{a}_{23} \end{bmatrix},\quad \underline{A}^T=\begin{bmatrix} \underline{a}_{11}^T & \underline{a}_{21}^T \\ \underline{a}_{12}^T & \underline{a}_{22}^T \\ \underline{a}_{13}^T & \underline{a}_{23}^T \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

a_{21} a_{22} Alt matris

Transpoz matris:

$\underline{A}_{nxm}$ matrisinin satırları yeni bir matrisin kolonları olarak yazılırsa bu yeni matrise $\underline{A}$ nın transpoz matrisi denir ve yeni matris $\underline{A}^T$ ile veya $\underline{A}'$ gösterilir. Transpoz matrisin boyutu mxn olur.

$$\underline{A}_{3x4}=\begin{bmatrix} -3 & 7.1 & 0 & 5.5 \\ 6 & 3.3 & 11 & -8 \\ 9.4 & 2.9 & 16 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{A}_{4x3}^T=\begin{bmatrix} -3 & 6 & 9.4 \\ 7.1 & 3.3 & 2.9 \\ 0 & 11 & 16 \\ 5.5 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

Toplama ve çıkarma:

İki matrisin toplanabilmesi veya çıkarılabilmesi için boyutlarının aynı olması gerekir. $\underline{A}_{nxm}$ ve $\underline{B}_{nxm}$ matrislerinin toplanması veya çıkarılması sonucu oluşan aynı boyutlu $\underline{C}_{nxm}$ matrisinin

$\underline{C}_{nxm}=\underline{A}_{nxm}\pm \underline{B}_{nxm}$

Eşit boyutlu

elemanları $\underline{A}$ ve $\underline{B}$ nin karşılıklı elemanlarının toplanması veya çıkarılması ile bulunur: $c_{ij}=a_{ij}\pm b_{ij}$.

$$\underline{C}=\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}}_{\underline{A}}+\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 7 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}}_{\underline{B}}=\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 9 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}}_{\underline{C}} \qquad \underline{D}=\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}}_{\underline{A}}-\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 7 & 2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}}_{\underline{B}}=\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -6 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}}_{\underline{D}}$$

Çarpma:

İki matrisin çarpılabilmesi için kurallar vardır:

- **$\underline{A}$ ve $\underline{B}$ matrislerini çarparak bir $\underline{C}$ matrisini hesaplayabilmek için $\underline{A}$ nın kolon sayısı $\underline{B}$ nin satır sayısına eşit olmalıdır(uygunluk koşulu):**

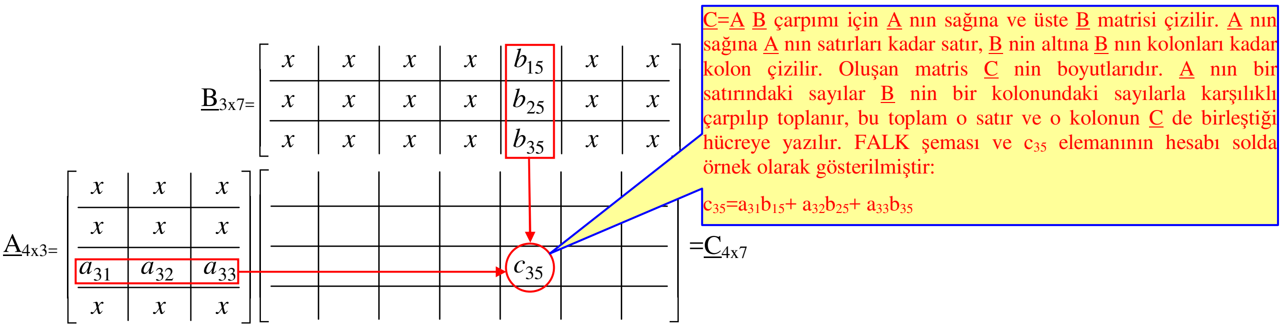
$$\underline{C}_{nxs}=\underline{A}_{nx\cancel{m}}\ \underline{B}_{\cancel{m}xs}$$

Eşit olmalı

- Çarpılan matrislerin eşit boyutları atılır, kalan boyutlar $\underline{C}$ nin boyutudur: $\underline{C}$ nin satır sayısı $\underline{A}$ nın satır sayısına, $\underline{C}$ nin kolon sayısı $\underline{B}$ nin kolon sayısına eşittir.
- $\underline{C}$ nin i. satır ve j. kolonundaki c_{ij} elemanı $\underline{A}$ nın i. satırındaki elemanların $\underline{B}$ nin j. Kolonundaki elemanlar ile karşılıklı çarpılıp toplanması ile bulunur:

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+...+a_{im}b_{mj}=\sum_{k=1}^{m}a_{ik}b_{kj}$$

El hesaplarında, çarpımı anlaşılır kılmak ve kolaylaştırmak için, **FALK** şeması kullanılır:



$$\underline{A}_{3x2}=\begin{bmatrix}1&1\\3&1\\2&0\end{bmatrix},\quad \underline{B}_{2x4}=\begin{bmatrix}2&0&0&3\\-1&-1&1&2\end{bmatrix}$$

C=A B nin FALK şeması

$$\begin{array}{cc} & \underline{B}_{2x4}=\begin{bmatrix}2&0&0&3\\-1&-1&1&2\end{bmatrix}\\ \underline{A}_{3x2}=\begin{bmatrix}1&1\\3&1\\2&0\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}1&-1&1&5\\5&-1&1&11\\4&0&0&6\end{bmatrix}=\underline{C}_{3x4}\end{array}$$

Determinant:

Her kare matrise ait determinant denilen; pozitif, negatif veya sıfır olabilen bir sayı vardır. Determinantını bildiğimiz matris hakkında önemli bazı yorumlar yapabilir, karar verebiliriz. Örneğin determinantı sıfır olan bir kare matrisin tersi yoktur. $det\,\underline{A}=|\underline{A}|$ ile gösterilir. 2x2 boyutlu bir matrisin determinantı:

$$det\,\underline{A}=|\underline{A}|=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

Ters matris:

Sadece determinantı sıfır olmayan kare matrisler için tanımlıdır. Bir $\underline{A}$ matrisinin tersi $\underline{A}^{-1}$ ile gösterilir. Matrisin tersi ile sağdan veya soldan çarpımı birim matristir:

$$\underline{A}^{-1}\,\underline{A}=\underline{I}=\underline{A}\,\underline{A}^{-1}=\underline{I}$$

$\underline{A}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{bmatrix}$ matrisinin determinantı $\det\underline{A}=a_{11}\cdot a_{22}-a_{21}\cdot a_{12}$ ve tersi $\underline{A}^{-1}=\frac{1}{\det\underline{A}}\begin{bmatrix}a_{22}&-a_{12}\\-a_{21}&a_{11}\end{bmatrix}$

Daha büyük boyutlu matrislerin tersi için bir formül yoktur, sayısal olarak, örneğin Gauss indirgeme metodu ile hesaplanır.

Simetrik pozitif tanımlı matris:

Simetrik bir $\underline{A}$ matrisi ($\underline{A}=\underline{A}^T$) ile elemanlarının en az biri sıfırdan farklı olan, bunun dışında tamamen keyfi bir $\underline{x} \neq \underline{0}$ kolon vektörü verilmiş olsun.

$$P = \underline{x}^T\,\underline{A}\,\underline{x}$$

çarpımı sabit bir sayı olur. Eğer

$P>0$ ise $\underline{A}$ pozitif tanımlıdır (positive definit), mutlaka tersi vardır
$P<0$ ise $\underline{A}$ negatif tanımlıdır (negative definit)
$P\geq 0$ ise $\underline{A}$ yarı pozitif tanımlıdır (positive semidefinit)
$P\leq 0$ ise $\underline{A}$ yarı negatif tanımlıdır (negative semidefinit)

denir.

Birden çok matris çarpımının transpozu ve tersi:

$$(\underline{A}\,\underline{B}\,\underline{C}\ldots\underline{M}\,\underline{N})^T=\underline{N}^T\underline{M}^T\ldots\underline{C}^T\underline{B}^T\underline{A}^T$$
$$(\underline{A}\,\underline{B}\,\underline{C}\ldots\underline{M}\,\underline{N})^{-1}=\underline{N}^{-1}\underline{M}^{-1}\ldots\underline{C}^{-1}\underline{B}^{-1}\underline{A}^{-1}$$

Türev:

$$\underline{A}=[a_1\quad a_2\quad\ldots\quad a_n]\rightarrow\frac{d\underline{A}}{dx}=\frac{d}{dx}[a_1\quad a_2\quad\ldots\quad a_n]=\begin{bmatrix}\frac{da_1}{dx} & \frac{da_2}{dx} & \ldots & \frac{da_n}{dx}\end{bmatrix}$$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\.\\a_n\end{bmatrix}\rightarrow\frac{d\underline{A}}{dx}=\frac{d}{dx}\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\.\\a_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{da_1}{dx}\\\frac{da_2}{dx}\\.\\\frac{da_n}{dx}\end{bmatrix}$$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m}\\a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m}\\. & . & \ldots & .\\a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm}\end{bmatrix}\rightarrow\frac{d\underline{A}}{dx}=\frac{d}{dx}\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m}\\a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m}\\. & . & \ldots & .\\a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{da_{11}}{dx} & \frac{da_{12}}{dx} & \ldots & \frac{da_{1m}}{dx}\\\frac{da_{21}}{dx} & \frac{da_{22}}{dx} & \ldots & \frac{da_{2m}}{dx}\\. & . & \ldots & .\\\frac{da_{n1}}{dx} & \frac{da_{n2}}{dx} & \ldots & \frac{da_{nm}}{dx}\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{A}\,\underline{x}=\underline{A}^T\qquad\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{x}^T\underline{A}=\underline{A}\qquad\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{x}^T\underline{A}^T=\underline{A}^T$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{x}^T\underline{A}\,\underline{x}=\underline{A}\,\underline{x}+\underline{A}^T\underline{x}\\&\frac{\partial^2}{\partial\underline{x}^2}\underline{x}^T\underline{A}\,\underline{x}=\underline{A}+\underline{A}^T\end{aligned}\right\}$$

$\underline{A}\neq\underline{A}^T$, yani $\underline{A}$ simetrik **değilse** geçerli

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{x}^T\underline{A}\,\underline{x}=2\underline{A}\,\underline{x}\\&\frac{\partial^2}{\partial\underline{x}^2}\underline{x}^T\underline{A}\,\underline{x}=2\underline{A}\end{aligned}\right\}$$

$\underline{A}=\underline{A}^T$, yani $\underline{A}$ simetrik ise geçerli

$\pi=\frac{1}{2}\underline{x}^T\underline{A}\,\underline{x}-\underline{x}^T\underline{b}$ ifadesinde $\underline{A}=\underline{A}^T$ ise, yani simetrik ise :

$$\frac{\partial\pi}{\partial\underline{x}}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{x}^T\underline{A}\,\underline{x}-\frac{\partial}{\partial\underline{x}}\underline{x}^T\underline{b}=\frac{1}{2}2\underline{A}\,\underline{x}-\underline{b}=0$$

$$\underline{A}\,\underline{x}=\underline{b}$$

İntegral:

$$\underline{A}=[a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n] \rightarrow \int \underline{A}dx=\int [a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n]dx=\left[\int a_1dx \quad \int a_2dx \quad \ldots \quad \int a_ndx\right]$$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ a_n \end{bmatrix} \rightarrow \int \underline{A}dx=\int \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ a_n \end{bmatrix} dx=\begin{bmatrix} \int a_1dx \\ \int a_{21}dx \\ . \\ \int a_ndx \end{bmatrix}, \qquad \iint \underline{A}\, dx\, dy=\iint \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ a_n \end{bmatrix} dx\, dy=\begin{bmatrix} \iint a_1dxdy \\ \iint a_{21}dxdy \\ . \\ \iint a_ndxdy \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ . & . & \ldots & . \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix} \rightarrow \int \underline{A}dx=\int \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ . & . & \ldots & . \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix} dx=\begin{bmatrix} \int a_{11}dx & \int a_{12}dx & \ldots & \int a_{1m}dx \\ \int a_{21}dx & \int a_{22}dx & \ldots & \int a_{2m}dx \\ . & . & \ldots & . \\ \int a_{n1}dx & \int a_{n2}dx & \ldots & \int a_{nm}dx \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}=[a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n] \rightarrow \int \underline{A}dx=\int [a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n]dx=\left[\int a_1dx \quad \int a_2dx \quad \ldots \quad \int a_ndx\right]$$

$$\underline{A}=\underline{A}^T \textit{ ve sabit terimli ise :}$$
$$w=\int \underline{x}^T \underline{A}\, dx=\frac{1}{2}\underline{x}^T \underline{A}\underline{x}$$

Bir vektörün Öklid normu ve kondisyon sayısı:

Bir $\underline{x}=[x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_n]$ vektörünün Öklid normu $\|\underline{h}\|$ ile gösterilir ve $\|\underline{x}\|=\sqrt{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2}$ ile hesaplanır. $\underline{x}$ in hesapla belirlenmiş bir $\underline{x}_{hesap}$ vektörü varsa $\frac{\|\underline{x}\|}{\|\underline{x}_{hesap}\|}$ oranına vektörün kondisyon sayısı denir. Bu oran 1 e ne kadar yakınsa, $\underline{x}_{hesap}$ gerçek $\underline{x}$ vektörüne o denli yakındır.