



1970

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ

Mühendislik Mimarlık Fakültesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

E-Posta: ogu.ahmet.topcu@gmail.com Web: <http://mmf2.ogu.edu.tr/atopcu>

Taslak

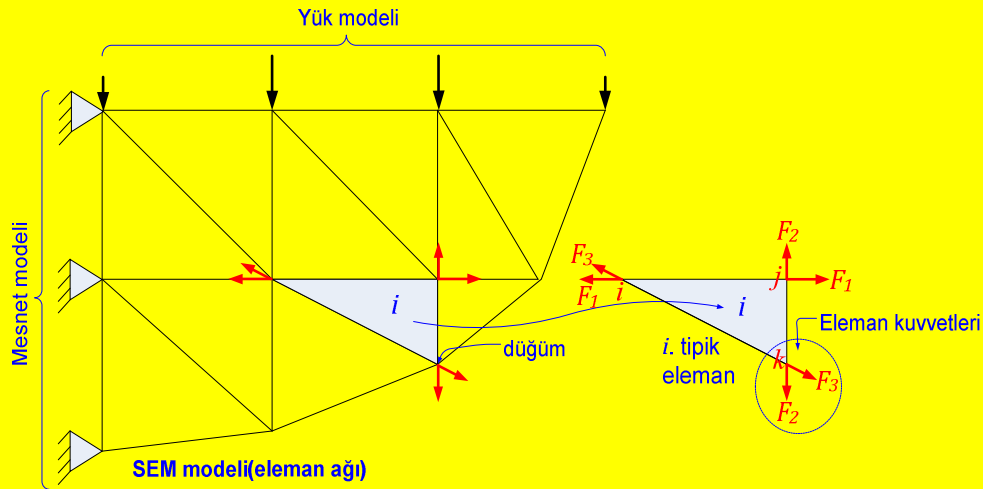
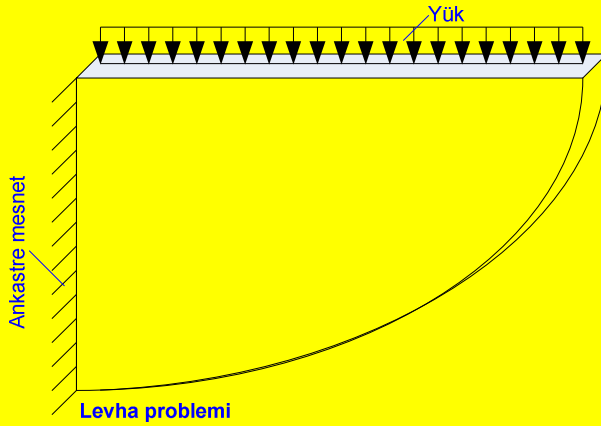
İnşaat mühendisliği öğrencileri için

Ders Notları

Sonlu Elemanlar Metodu

II.KISIM: KUVVET METODU

Ahmet TOPÇU



ESKİŞEHİR, 2017

© 2017 Ahmet TOPÇU

Çoğaltılamaz, başka internet sayfalarına konulamaz.

**Kişisel kullanımınız için bilgisayarınızda bir kopya bulundurabilir ve
bir adet bastırabilirsiniz.**

19. SONLU ELEMANLAR KUVVET METODU

I.kısımda ele alınan sonlu elemanlar yer değiştirme metodu(=displacement method=stiffness method=deplasman metodu=rijitlik metodu) sistemin **yer değiştirmelerini ana bilinmeyen** olarak kullanır ve toplam potansiyelin minimum olma ilkesi temellidir. Önce süreklilik koşulları sağlanır. Denge koşulları yer değiştirmelerin belirlenmesinde kullanılır.

Sonlu elemanlar kuvvet metodu(force method=flexibility method=kuvvet metodu=flexibilite metodu=esneklik metodu) ise **eleman kuvvetlerini ana bilinmeyen** olarak kullanır ve toplam komplementer potansiyelin minimum olma ilkesi temellidir. Önce denge koşulları sağlanır. Süreklilik koşulları eleman kuvvetlerinin belirlenmesinde kullanılır.

Mühendisler yer değiştirmelerden önce eleman kuvvetlerini bilmek isterler. Çünkü tasarım öncelikle gerilmelerin sınırlandırılmasına yöneliktir. Yer değiştirmeler sadece kullanılabilirlik sınırının kontrolünde gerekli olur. Gerilme sınırının aşıldığı bir durumda yer değiştirmelerin hesaplanmasının bir anlamı yoktur. Buna rağmen, kuvvet metodu uygulamada hemen hiç kullanılmaz. Bunun nedeni; denge denklemlerinin katsayılar matrisinin simetrik olmaması, hiperstatik sistemlerde izostatik esas sistem seçimindeki zorluklar, fazla bellek ve işlem gerektirmesi, programlama zorlukları olarak açıklanabilir.

Günümüzde kuvvet metodu alanında hemen hiç araştırma yapılmamaktadır. Buna bağlı olarak eleman çeşitliliği de kısıtlıdır. Çubuk elemanlı sistemler(kafes, çerçeve) için bir sorun olmamakla birlikte yüzeysel taşıyıcı sistemler(levha, plak, kabuk) için yeterli eleman geliştirilmemiştir. Kuvvet metodu temelli tek bir ticari yazılım olmadığı gibi ders kitabı da yoktur.

Kuvvet metodunun tartışmasız üstün olduğu problem alanları da vardır. Ana bilinmeyenler eleman kuvvetleri olduğundan, kuvvetlerin öncelikle hesaplanması gereken problemlerde yer değiştirme metoduna nazaran daha uygun ve hızlıdır. Optimizasyon veya elastik-plastik analiz problemleri bu türdendir ve hesabın defalarca tekrarlanması gerekir. Bu tür problemlerin kuvvet metodu ile çözümünde hesabın tamamen tekrarlanmasına ve her adımda yer değiştirmelerin hesaplanmasına gerek yoktur, sadece bir kısmının tekrarı yeterlidir. Aynı doğrulukta sonuç almak için kuvvet metodunda çok az eleman ile modellemek yeterli olurken, yer değiştirme metodunda, yaklaşık, 100 kat daha fazla eleman gerekir. Aşağıdaki alıntı belki daha açıklayıcı olacaktır:

... However, recent advances in numerical computing have shown a come back of the force method, especially in the case of nonlinear systems. New frameworks have been developed that allow "exact" formulations irrespectively of the type or nature of the system nonlinearities. The main advantages of the flexibility method is that the result error is independent of the discretization of the model and that it is indeed a very fast method. For instance, the elastic-plastic solution of a continuous beam using the force method requires only 4 beam elements whereas a commercial "stiffness based" FEM code requires 500 elements in order to give results with the same accuracy. To conclude, one can say that in the case where the solution of the problem requires recursive evaluations of the force field like in the case of structural optimization or [system identification](https://en.wikipedia.org/wiki/System_identification), the efficiency of the flexibility method is indisputable. https://en.wikipedia.org/wiki/Flexibility_method

Kişisel yorum: Bilgisayarsız sonlu elemanlar düşünülemez. Sonlu elemanlar teorisinin gelişme döneminde(1960-1970 li yıllarda) bilgisayarlar çok düşük bellekli, çok yavaş(1-2 MHz) ve çok pahalı idiler¹. Bu durum; yer değiştirme metodunun tercih edilmesine ve kuvvet metodunun bir kenara itilmesine neden oldu. Ancak, bilgisayar teknolojisindeki gelişim baş döndürücüdür: Küçük dizüstüler bile 1000 kat daha hızlı, 2-3 GHz hızında ve üstelik çok işlemcilerdir. Eş zamanlı ve paralel hesaplama olanağı vardır. 1950 li yıllarda sadece 20 bilinmeyenli denklem sistemi bilgisayarda çözülebiliyordu. 1960 lı yıllarda 100, 1970 li yıllarda 1000, 1980 li yıllarda 10 000, 1990 lı yıllarda 10 000 000, 2000 yılı sonrası 200 milyon bilinmeyenli denklem sistemi çözülebilmıştır. Ayrıca 1980 li yıllara kadar sadece sayılı üniversite ve araştırma merkezinde bilgisayar vardı.

Herkesin kullanabileceği günümüz bilgisayarları da kuvvet metodunun kullanılması için hala yeterli değildir denilebilir. İnançım şudur: Geleceğin bilgisayarlarında bu sorun ortadan kalkacak ve kuvvet metoduna dönüş olacak, eleman kütüphanesi genişleyecektir. Bu nedenle kuvvet metoduna burada yer verdim.

Farklı yaklaşımlar: Sonlu elemanlar kuvvet metodunda üç farklı teori vardır. 1) **Klasik kuvvet metodu**. 2) **Integrated force method**². 3) **Graph-theoretical force method**³. Bu kısımda **klasik kuvvet metodu** ve onun bir başka türü olan **basit kuvvet metodu** ele alınacaktır. Basit kuvvet metodu daha az bellek ve hesap yükü gerektirir. Basit kuvvet metodu temelli SEM2015 programı⁴ ile hesaplanmış çok sayıda örnek de verilecektir.

Tarihçe⁵: Çubuk sistemler için kuvvet metodunu ilk kez J. C. Maxwell 1874 yılında ortaya koydu, C. O. Mohr ve H. Müller-Breslau tarafından geliştirildi. Kuvvet metodu temelli ilk üçgen ve dörtgen sonlu elemanlar 1960 lı yıllarda J. S. Przemieniecki tarafından yayınlandı. Diğer katkısı olanlardan bazıları⁶: Fraeijs de Veubeke, Argyris, Gallagher, Patnaik ve Kaveh, Dhananjaya.

¹ Türkiye'de araştırma amaçlı ilk bilgisayar 1964 yılında İTÜ de kuruldu. Anma adı IBM 1620 idi ve 20000 karakter belleği vardı. Satın alma fiyatı yaklaşık 70000\$ olan bu bilgisayarda en fazla 45 bilinmeyenli denklem sistemi çözülebiliyordu. Tezcan, S., Çubuk sistemlerin elektronik hesap makineleri ile çözümü, 1970, adlı kitabın 201. sayfasındaki 5 çubuklu düzlem bir çerçevenin sonlu elemanlar yer değiştirme metodu ile çözüm süresi 5 dakika idi. Aynı çerçevenin çözümü 1000\$ lık dizüstü bilgisayarda, çıktı miktarına bağlı olarak, sadece 0.1 ile 0.6 saniye arсында bir zaman almıştır. Bakınız: 29. Bölüm, Örnek 29.3.

² Patnaik, S. N., An Integrated Force Method for Discrete Analysis, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 6, pp. 237-251, 1973

³ A. Kaveh and K. Koohestani, Efficient graph-theoretical force method for three dimensional finite element analysis, Communications in Numerical Methods in Engineering, No. 11, 24(2008) 1533-1551.

⁴ <http://mmf2.ogu.edu.tr/atopcu>

⁵ James Clerk Maxwell(1831-1879), İskoç. Christian Otto Mohr(1835-1918), Alman. Heinrich Müller-Breslau(1851-1925), Alman. Janus Stanislaw Przemieniecki(1927-), Polonyalı

⁶ B. M. Fraeijsde Veubeke(1917-1976),Belçikalı. J. H. Argyris(1913-2004),Yunanlı. R. H. Gallagher(1927-1997),Amerikalı. S. N. Patnaik, Hintli. A. Kaveh(1948-), İranlı. Dhananjaya, Hintli.