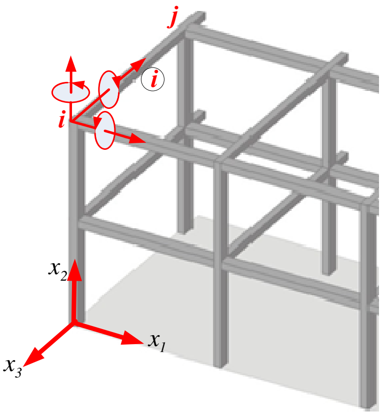
11. Uzay çevre elemanı



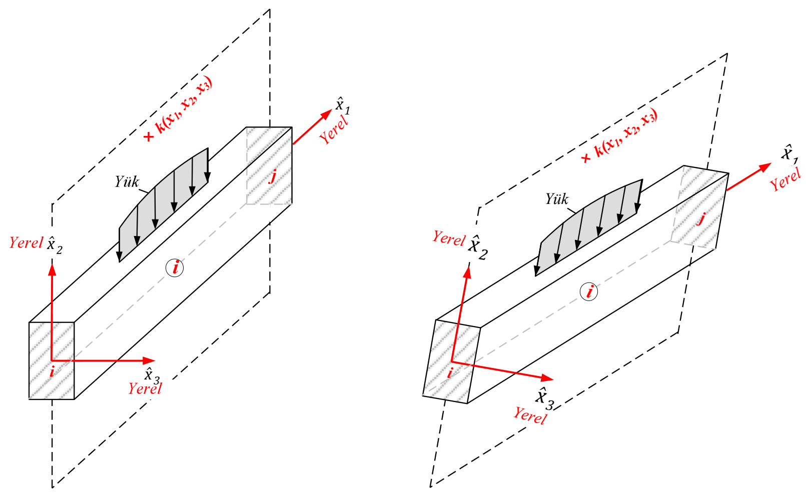
Sağdaki şekilde görülen, kiriş ve kolonlardan oluşan sisteme salt çerçeve sistem denir. Genellikle çok katlı yapıların inşaatında kullanılır. Her kiriş ve kolon bir elemandır. Elemanların birleşim noktası bir düğümdür. Elemanların birbirine dik olması, yatay veya düşey olması zorunlu değildir, hatta ekseni etrafında dönük olabilirler. Yükler genelde elemanlara yayılı etkir. Deprem-rüzgâr gibi yükler düğüm noktalarında modellenir. Her düğüm noktasında 6 serbestlik derecesi vardır: x_1, x_2, x_3 genel eksenleri doğrultusunda 3 yer değiştirme ve bu eksenler etrafında 3 dönme. Bu serbestlik yönlerinde tanımlı düğüm kuvvetleri veya reaksiyonlar vardır.

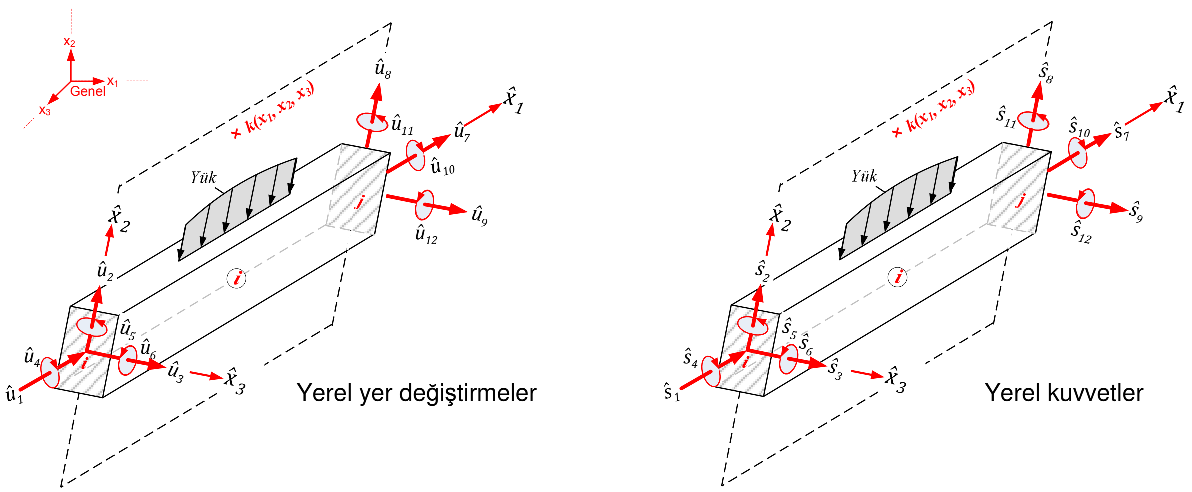
11.1 Uzay çerçeve elemanın bağıntıları

Uzay çerçeve sistemlerin analizinde kullanılabilecek bağıntılar, teoriye girmeden, özetlenecek ve bir sayısal örnek verilecektir.

Şekil 11.1 de elemanın yerel eksenleri, yer değiştirmeleri ve kuvvetleri gösterilmiştir. Yerel eksen takımının orijini daima i noktasındadır. Elemanın uzayda konumunun belirlenmesi, transformasyon matrisinin kurulabilmesi için sisteme bağlı olduğu i ve j düğümlerinin ve bir yardımcı k noktasının genel koordinatlarının bilinmesi gerekir. $\hat{x}_1$yerel ekseni daima çubuk eksenidir. $\hat{x}_2$ yerel ekseni daima i-j-k noktalarının tanımladığı düzlem içindedir, yani, k noktası $\hat{x}_2$ ekseninin yönünü belirler. k noktası yardımıyla elemanın ekseni etrafında dönük olarak tanımlanabilmesi mümkün olur. k noktası, eleman ekseni üzerinde olmamak kaydıyla, sistemin herhangi bir noktası veya sistemde olmayan herhangi bir özel nokta olabilir. Özel bir nokta olması durumunda k noktasında serbestlik derecesi yoktur. k noktasının $\hat{x}_2$ yerel ekseninin yönünü belirlemek dışında başka bir işlevi yoktur. Eleman üzerindeki yük $\hat{x}_1 - \hat{x}_2$ düzlemindedir, pozitif yönü $\hat{x}_2$ yönüne ters olarak seçilmiştir.

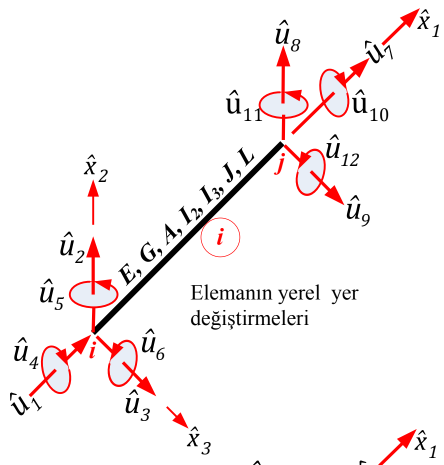
x_1, x_2, x_3: Genel eksenler
$U_1, U_2, U_3, \ldots$: Sistem yer değiştirmeleri
$P_1, P_2, P_3, \ldots$: Sistem düğüm yükleri
$\underline{U}$: Sistem yer değiştirme vektörü
$\underline{P}$: Sistem yük vektörü
i, j: Elemanın bağlı olduğu düğüm no.
i yerel orijindir. $\hat{x}_1$ daima çubuk eksenidir, i den j ye yönlenmiştir. Eleman $\hat{x}_1 - \hat{x}_2$ düzleminde, yükler x_2 doğrultusundadır
x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}: i noktasının koordinatları
x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}: j noktasının koordinatları
x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}: k noktasının koordinatları
$\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$:Yerel eksenler
E:Elastisite modülü
G: Kayma modülü
A: Kesit alanı
I_2: $\hat{x}_2$ Yerel eksenine göre eğilme atalet momenti
I_3: $\hat{x}_3$ Yerel eksenine göre eğilme atalet momenti
J: Burulma atalet momenti
L: Eleman boyu
$\hat{u}_1, \hat{u}_2, \ldots, \hat{u}_{12}$: Yerel yer değiştirmeler
$\hat{s}_1, \hat{s}_2, \ldots, \hat{s}_{12}$: Yerel kuvvetler
$\underline{\hat{u}}$: Yerel değiştirme vektörü
$\underline{\hat{s}}$: Yerel kuvvet vektörü
$\underline{\hat{k}}^i$: Yerel rijitlik matrisi
$u_1,\ u_2, \ldots, u_{12}$: Genel yer değiştirmeler
$s_1,\ s_2, \ldots, s_{12}$: Genel kuvvetler
$\underline{u}$: Genel yer değiştirme vektörü
$\underline{s}$: Genel kuvvet vektörü
$\underline{T}$: Transformasyon matrisi
$\underline{k}^i$: Genel rijitlik matrisi



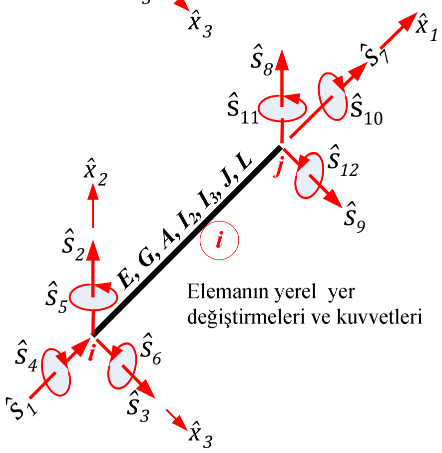


Şekil 11.1: Çerçeve eleman

Elemanın serbestlik derecesi 12 dir.



$$
\hat{\underline{u}}^i=
\begin{array}{c}
i \\ \\ \\ \\ \\ \\ j \\ \\ \\ \\ \\ \\
\end{array}
\left[\begin{array}{c}
\hat{u}_1\\ \hat{u}_2\\ \hat{u}_3\\ \hat{u}_4\\ \hat{u}_5\\ \hat{u}_6\\ \hat{u}_7\\ \hat{u}_8\\ \hat{u}_9\\ \hat{u}_{10}\\ \hat{u}_{11}\\ \hat{u}_{12}
\end{array}\right]
\begin{array}{l}
i \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ yönünde yer değiştirme}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ yönünde yer değiştirme}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ yönünde yer değiştirme}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ etrafında dönme}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ etrafında dönme}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ etrafında dönme}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ yönünde yer değiştirme}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ yönünde yer değiştirme}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ yönünde yer değiştirme}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ etrafında dönme}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ etrafında dönme}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ etrafında dönme}
\end{array}
$$



$$
\hat{\underline{s}}^i=
\begin{array}{c}
i \\ \\ \\ \\ \\ \\ j \\ \\ \\ \\ \\ \\
\end{array}
\left[\begin{array}{c}
\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\\ \hat{s}_3\\ \hat{s}_4\\ \hat{s}_5\\ \hat{s}_6\\ \hat{s}_7\\ \hat{s}_8\\ \hat{s}_9\\ s_{10}\\ s_{11}\\ s_{12}
\end{array}\right]
\begin{array}{l}
i \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ yönünde eksenel kuvvet}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ yönünde kesme kuvveti}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ yönünde kesme kuvveti}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ etrafında burulma momenti}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ etrafında eğilme momenti}\\
i \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ etrafında eğilme momenti}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ yönünde eksenel kuvvet}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ yönünde kesme kuvveti}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ yönünde kesme kuvveti}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_1 \text{ etrafında burulma momenti}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_2 \text{ etrafında eğilme momenti}\\
j \text{ noktasında } \hat{x}_3 \text{ etrafında eğilme momenti}
\end{array}
$$

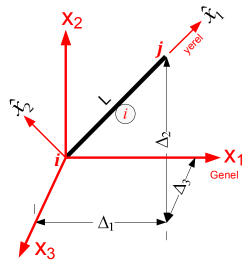
Transformasyon matrisi:

$i(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}),\ j(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}),\ k(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}\ )$ — *i, j, k* noktalarının koordinatları

$$
\left.\begin{array}{l}
\Delta_1 = x_{1j} - x_{1i},\ \ \Delta_2 = x_{2j} - x_{2i},\ \ \Delta_3 = x_{3j} - x_{3i}\\
\beta_1 = x_{1k} - x_{1i},\ \ \beta_2 = x_{2k} - x_{2i},\ \ \beta_3 = x_{3k} - x_{3i}\\
\gamma_1 = \Delta_2\beta_3 - \Delta_3\beta_2,\ \ \gamma_2 = \Delta_3\beta_1 - \Delta_1\beta_3,\ \ \gamma_3 = \Delta_1\beta_2 - \Delta_2\beta_1\\
\delta_1 = \gamma_2\Delta_3 - \gamma_3\Delta_2,\ \ \delta_2 = \gamma_3\Delta_1 - \gamma_1\Delta_3,\ \ \delta_3 = \gamma_1\Delta_2 - \gamma_2\Delta_1\\
L = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2},\ \ L_2 = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2},\ \ L_3 = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2}
\end{array}\right\}
\underline{t} = \begin{bmatrix}
\frac{\Delta_1}{L} & \frac{\Delta_2}{L} & \frac{\Delta_3}{L}\\
\frac{\delta_1}{L_2} & \frac{\delta_2}{L_2} & \frac{\delta_3}{L_2}\\
\frac{\gamma_1}{L_3} & \frac{\gamma_2}{L_3} & \frac{\gamma_3}{L_3}
\end{bmatrix} \tag{11.1}
$$

i, j, k noktalarının koordinatlarından hesaplanan değerler

$$
\underline{T}^i = \begin{bmatrix}
\underline{t} & & & \\
& \underline{t} & & \\
& & \underline{t} & \\
& & & \underline{t}
\end{bmatrix} \tag{11.2}
$$



$$
\hat{\underline{u}}^i = \underline{T}^i\underline{u}^i \tag{11.3}
$$

Yerel rijitlik matrisi:

Elemanın yerel rijitlik matrisi

$$\underline{\hat{k}}^i = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \qquad\qquad\qquad i \qquad\qquad\qquad & \qquad\qquad\qquad j \qquad\qquad\qquad \end{array} \\ \begin{array}{c} i \\ \\ j \end{array} & \left[\begin{array}{cccccc|cccccc} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_3}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_3}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_2}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_2}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{4EI_2}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{2EI_2}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_3}{L} & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_3}{L} \\ \hline -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} & 0 & \frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_2}{L^3} & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_2}{L^3} & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{2EI_2}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{4EI_2}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_3}{L} & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_3}{L} \end{array}\right] \end{array} \qquad (11.4)$$

$\underline{\tilde{s}}^i$ eleman üzerindeki yüklerin eşdeğeri(ankastrelik kuvvetleri) olmak üzere:

$$\underline{\hat{k}}^i\,\underline{\hat{u}}^i + \underline{\tilde{s}}^i = \underline{\hat{s}}^i \qquad (11.5)$$

Genel rijitlik matrisi:

$$\underline{k}^i = (\underline{T}^i)^T\underline{\hat{k}}^i\underline{T}^i \qquad (11.6)$$

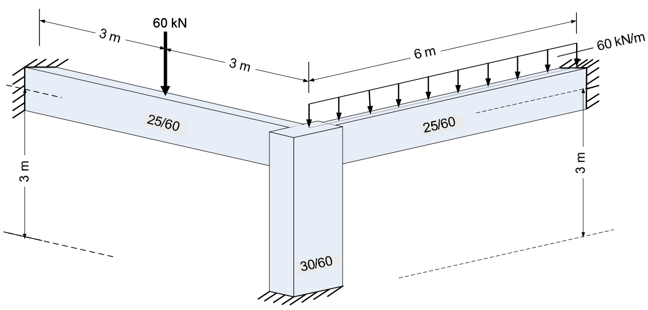
Sayısal örnek 11.1

Şekil 11.2 deki uzay çerçeve C25/30 betonu ile inşa edilecektir. Elemanlar birbirine diktir. Yükler kirişlere diktir. Kirişlerin kesiti 25/60 cmxcm, kolonun kesiti 30/60 cmxcm dir. Elemanların düğüm kuvvetlerini hesaplayınız.

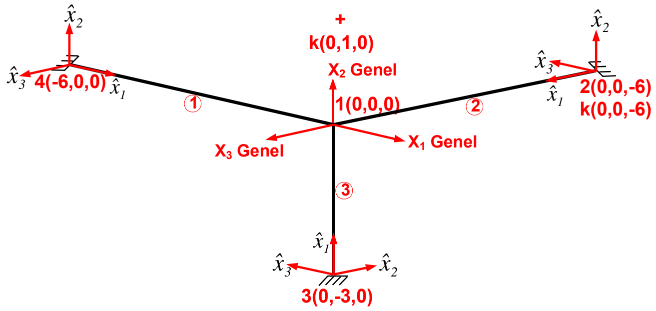
Seçilen koordinat sistemleri, numaralandırma ve noktaların koordinatları şekil 11.3 de verilmiştir. Sistem 3 elemanla modellenmiştir. Düğüm serbestlik derecesi 6, sistem serbestlik derecesi 6˙4=24 tür.

1 ve 2 nolu elemanların(kirişlerin) $\hat{x}_2$ ekseni yukarı doğru seçilmiştir. Bunun sağlanabilmesi için k noktası kirişlerin üst tarafında seçilmelidir. Örneğin, k nın koordinatları 0,1,0 veya 0,10,0 veya 0,100,0 seçilebilir. Buradaki 1 veya 10 veya 100 sonucu değiştirmez. Çünkü her üçü de hem 1 hem de 2 nolu eleman için $\hat{x}_2$ ekseni yukarı doğru yönlenmiş düşey düzlem tanımlamış olur. $\hat{x}_2$ eksenini neden yukarı doğru seçtik? Nedeni şudur: Eleman yükleri aşağı doğrudur. Teoride eleman yüklerinin yönü $\hat{x}_2$ eksenine ters pozitif varsayılmıştır. Bu varsayımı sağlamak için $\hat{x}_2$ ekseni yukarı doğru seçilmiştir. Buna mecbur muyuz? Hayır. Kirişler için k noktasını 3 noktası olarak da seçebilirdik. Bu durumda $\hat{x}_2$ ekseni aşağı doğru yönlenirdi ve sağ sistem nedeniyle $\hat{x}_3$ ekseni de yön değiştirirdi. Ancak, çözümün doğru olabilmesi için, kiriş yüklerinin işaretini değiştirmemiz gerekirdi. Yani, ankastrelik kuvvetlerinin hesabında 60 kN yerine -60 kN, 60 kN/m yerine -60 kN/m almamız gerekirdi.

3. eleman için sistemin 2 noktası k noktası olarak seçilmiştir. 4 noktası da seçilebilirdi. Bu durumda $\hat{x}_2$ ve $\hat{x}_3$ eksenleri yer değiştirirdi(I_2 ve I_3 atalet momentleri değerleri yer değiştirirdi).

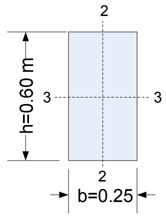


Şekil 11.2: Çözülmesi istenen uzay çerçeve



Şekil 11.3: Koordinat sistemleri ve numaralandırma

Elastisite modülü: E=30000 N/mm^2 (TS 500-2000 den)=30$\cdot$10^6 kN/m^2
Kayma Modülü: G ≈ 0.40 E=0.40$\cdot$30.10^6=12$\cdot$10^6 kN/m^2

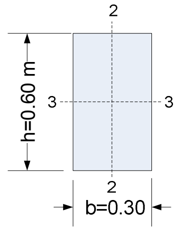


1 ve 2 nolu elemanda:

Kesit alanı: A=0.25$\cdot$0.60=15$\cdot$10^{-2} m^2
Eğilme atalet momentleri: I_2=0.60$\cdot$0.25^3/12=78$\cdot$10^{-5} m^4, I_3=0.25$\cdot$0.60^3/12=45$\cdot$10^{-4} m^4
Burulma atalet momenti:

Bak: EK5

$b<h$ olduğundan: $J=\frac{hb^3}{3}(1-0.63\frac{b}{h}+0.053\frac{b^5}{h^5})=\frac{0.6\cdot0.25^3}{3}(1-0.63\frac{0.25}{0.6}+0.053\frac{0.25^5}{0.6^5})=23\cdot10^{-4}\ \mathrm{m}^4$



3 nolu elemanda:

Kesit alanı: A=0.30$\cdot$0.60=18$\cdot$10^{-2} m^2
Eğilme atalet momentleri: I_2=0.60$\cdot$0.30^3/12=135$\cdot$10^{-5} m^4, I_3=0.30$\cdot$0.60^3/12=54$\cdot$10^{-4} m^4
Burulma atalet momenti:

$b<h$ olduğundan: $J=\frac{hb^3}{3}(1-0.63\frac{b}{h}+0.053\frac{b^5}{h^5})=\frac{0.6\cdot0.3^3}{3}(1-0.63\frac{0.3}{0.6}+0.053\frac{0.3^5}{0.6^5})=37\cdot10^{-4}\ \mathrm{m}^4$

El hesaplarını kolaylaştırmak için aşağıdaki çizelgeyi hazırlamak yararlıdır. Birimler kN ve m dir.

Eleman	*E*	*G*	*A*	*I_2*	*I_3*	*J*	*i ucu → j ucu*	*Koordinatlar*			*L*	*EA/L*	*EI_2/L*	*EI_3/L*	*GJ/L*
								i	*j*	*k*					
1	30$\cdot$10^6	12$\cdot$10^6	15$\cdot$10^{-2}	78$\cdot$10^{-5}	45$\cdot$10^{-4}	23$\cdot$10^{-4}	4 →1	-6,0,0	0,0,0	0,1,0	6	75$\cdot$10^4	39$\cdot$10^2	225$\cdot$10^2	46$\cdot$10^2
2	30$\cdot$10^6	12$\cdot$10^6	15$\cdot$10^{-2}	78$\cdot$10^{-5}	45$\cdot$10^{-4}	23$\cdot$10^{-4}	2 →1	0,0,-6	0,0,0	0,1,0	6	75$\cdot$10^4	39$\cdot$10^2	225$\cdot$10^2	46$\cdot$10^2
3	30$\cdot$10^6	12$\cdot$10^6	18$\cdot$10^{-2}	135$\cdot$10^{-5}	54$\cdot$10^{-4}	37$\cdot$10^{-4}	3 →1	0,-3,0	0,0,0	0,0,-6	3	18$\cdot$10^5	135$\cdot$10^2	54$\cdot$10^3	148$\cdot$10^2

Yerel rijitlik matrisleri:

Bak: 11.4

$$\underline{\hat{k}}^1=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \qquad\qquad 4 \qquad\qquad & \qquad\qquad 1 \qquad\qquad \end{array}\\ \begin{array}{c}4\\ \\ 1\end{array} & \left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 7500 & 0 & 0 & 0 & 22500 & 0 & -7500 & 0 & 0 & 0 & 22500\\
0 & 0 & 1300 & 0 & -3900 & 0 & 0 & 0 & -1300 & 0 & -3900 & 0\\
0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0\\
0 & 0 & -3900 & 0 & 15600 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & 7800 & 0\\
0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 90000 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 45000\\ \hline
-750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -7500 & 0 & 0 & 0 & -22500 & 0 & 7500 & 0 & 0 & 0 & -22500\\
0 & 0 & -1300 & 0 & 3900 & 0 & 0 & 0 & 1300 & 0 & 3900 & 0\\
0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0\\
0 & 0 & -3900 & 0 & 7800 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & 15600 & 0\\
0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 45000 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 90000
\end{array}\right]\end{array}$$

$$\underline{\hat{k}}^2=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \qquad\qquad 2 \qquad\qquad & \qquad\qquad 1 \qquad\qquad \end{array}\\ \begin{array}{c}2\\ \\ 1\end{array} & \left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 7500 & 0 & 0 & 0 & 22500 & 0 & -7500 & 0 & 0 & 0 & 22500\\
0 & 0 & 1300 & 0 & -3900 & 0 & 0 & 0 & -1300 & 0 & -3900 & 0\\
0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0\\
0 & 0 & -3900 & 0 & 15600 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & 7800 & 0\\
0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 90000 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 45000\\ \hline
-750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -7500 & 0 & 0 & 0 & -22500 & 0 & 7500 & 0 & 0 & 0 & -22500\\
0 & 0 & -1300 & 0 & 3900 & 0 & 0 & 0 & 1300 & 0 & 3900 & 0\\
0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0\\
0 & 0 & -3900 & 0 & 7800 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & 15600 & 0\\
0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 45000 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 90000
\end{array}\right]\end{array}$$

$$\underline{\hat{k}}^3=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \qquad\qquad 3 \qquad\qquad & \qquad\qquad 1 \qquad\qquad \end{array}\\ \begin{array}{c}3\\ \\ 1\end{array} & \left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
1800000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1800000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 72000 & 0 & 0 & 0 & 108000 & 0 & -72000 & 0 & 0 & 0 & 108000\\
0 & 0 & 18000 & 0 & -27000 & 0 & 0 & 0 & -18000 & 0 & -27000 & 0\\
0 & 0 & 0 & 14800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -14800 & 0 & 0\\
0 & 0 & -27000 & 0 & 54000 & 0 & 0 & 0 & 27000 & 0 & 27000 & 0\\
0 & 108000 & 0 & 0 & 0 & 216000 & 0 & -108000 & 0 & 0 & 0 & 108000\\ \hline
-1800000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1800000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -72000 & 0 & 0 & 0 & -108000 & 0 & 72000 & 0 & 0 & 0 & -108000\\
0 & 0 & -18000 & 0 & 27000 & 0 & 0 & 0 & 18000 & 0 & 27000 & 0\\
0 & 0 & 0 & -14800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14800 & 0 & 0\\
0 & 0 & -27000 & 0 & 27000 & 0 & 0 & 0 & 27000 & 0 & 54000 & 0\\
0 & 108000 & 0 & 0 & 0 & 108000 & 0 & -108000 & 0 & 0 & 0 & 216000
\end{array}\right]\end{array}$$

Eleman transformasyon matrisleri ve genel rijitlik matrisleri:

1. eleman:

$i(-6,0,0),\ j(0,0,0),\ k(0,1,0)$ 1 nolu elemanın *i, j, k* noktalarının koordinatları

$\Delta_1 = 0-(-6) = 6,\ \Delta_2 = 0-0 = 0,\ \ \Delta_3 = 0-0 = 0$ Bak: 11.1

$\beta_1 = 0-(-6) = 6,\ \beta_2 = 1-0 = 1,\ \beta_3 = 0-0 = 0$

$\gamma_1 = 0\cdot 0 - 0\cdot 1 = 0,\ \gamma_2 = 0\cdot 6-(-6)\cdot 0 = 0,\ \gamma_3 = 6\cdot 1 - 0\cdot(-6) = 6$

$\delta_1 = 0\cdot 0 - 6\cdot 0 = 0,\ \delta_2 = \ 6\cdot 6 - 0\cdot 0 = 36,\ \ \delta_3 = \ 0\cdot 0 - 0\cdot 6 = 0$

$L = \sqrt{6^2+0^2+0^2} = 6\,m,\ L_2 = \sqrt{0^2+36^2+0^2} = 36\,m,\ L_3 = \sqrt{0^2+0^2+6^2} = 6\,m$

Bak: 11.2

$$\underline{t} = \begin{bmatrix} \frac{6}{6} & \frac{0}{6} & \frac{0}{6} \\ \frac{0}{36} & \frac{36}{36} & \frac{0}{36} \\ \frac{0}{6} & \frac{0}{6} & \frac{6}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \ \rightarrow\ \underline{T}^1 = \begin{bmatrix} \underline{t} & & & \\ & \underline{t} & & \\ & & \underline{t} & \\ & & & \underline{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 &&&&&&&&&&& \\ & 1 &&&&&&&&&& \\ && 1 &&&&&&&&& \\ &&& 1 &&&&&&&& \\ &&&& 1 &&&&&&& \\ &&&&& 1 &&&&&& \\ &&&&&& 1 &&&&& \\ &&&&&&& 1 &&&& \\ &&&&&&&& 1 &&& \\ &&&&&&&&& 1 && \\ &&&&&&&&&& 1 & \\ &&&&&&&&&&& 1 \end{bmatrix}$$

Bak: 11.6

$$\underline{k}^1 = (\underline{T}^1)^T \hat{\underline{k}}^1 \underline{T}^1 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \qquad\qquad 4 \qquad\qquad & \qquad\qquad 1 \qquad\qquad \end{array} \\ \begin{array}{c} 4 \\ \\ \\ \\ \\ \\ 1 \end{array} & \left[\begin{array}{cccccc|cccccc} 750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7500 & 0 & 0 & 0 & 22500 & 0 & -7500 & 0 & 0 & 0 & 22500 \\ 0 & 0 & 1300 & 0 & -3900 & 0 & 0 & 0 & -1300 & 0 & -3900 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3900 & 0 & 15600 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & 7800 & 0 \\ 0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 90000 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 45000 \\ \hline -750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7500 & 0 & 0 & 0 & -22500 & 0 & 7500 & 0 & 0 & 0 & -22500 \\ 0 & 0 & -1300 & 0 & 3900 & 0 & 0 & 0 & 1300 & 0 & 3900 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3900 & 0 & 7800 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & 15600 & 0 \\ 0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 45000 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 90000 \end{array}\right] \end{array}$$

2. eleman:

$i(0,0,-6),\ j(0,0,0),\ k(0,1,0)$ 2 nolu elemanın *i, j, k* noktalarının koordinatları

$\Delta_1 = 0-0 = 0,\ \Delta_2 = 0-0 = 0,\ \ \Delta_3 = 0-(-6) = 6$ Bak: 11.1

$\beta_1 = 0-0 = 0,\ \beta_2 = 1-0 = 1,\ \beta_3 = 0-(-6) = 6$

$\gamma_1 = 0\cdot 6 - 6\cdot 1 = -6,\ \gamma_2 = 6\cdot 0 - 0\cdot 6 = 0,\ \gamma_3 = 0\cdot 1 - 0\cdot 0 = 0$

$\delta_1 = 0\cdot 6 - 0\cdot 0 = 0,\ \delta_2 = \ 0\cdot 0-(-6)\cdot 6 = 36,\ \ \delta_3 = \ -6\cdot 0 - 0\cdot 6 = 0$

$L = \sqrt{0^2+0^2+6^2} = 6\,m,\ L_2 = \sqrt{0^2+36^2+0^2} = 36\,m,\ L_3 = \sqrt{(-6)^2+0^2+0^2} = 6\,m$

$$\underline{t} = \begin{bmatrix} \frac{0}{6} & \frac{0}{6} & \frac{6}{6} \\ \frac{0}{36} & \frac{36}{36} & \frac{0}{36} \\ \frac{-6}{6} & \frac{0}{6} & \frac{0}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \ \rightarrow\ \underline{T}^2 = \begin{bmatrix} \underline{t} & & & \\ & \underline{t} & & \\ & & \underline{t} & \\ & & & \underline{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 &&&&&&&&& \\ 0 & 1 & 0 &&&&&&&&& \\ -1 & 0 & 0 &&&&&&&&& \\ &&& 0 & 0 & 1 &&&&&& \\ &&& 0 & 1 & 0 &&&&&& \\ &&& -1 & 0 & 0 &&&&&& \\ &&&&&& 0 & 0 & 1 &&& \\ &&&&&& 0 & 1 & 0 &&& \\ &&&&&& -1 & 0 & 0 &&& \\ &&&&&&&&& 0 & 0 & 1 \\ &&&&&&&&& 0 & 1 & 0 \\ &&&&&&&&& -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$
\underline{k}^2=(\underline{T}^2)^T\underline{\hat{k}}^2\underline{T}^2=
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc}\qquad\qquad\qquad 2 \qquad\qquad\qquad & \qquad\qquad\qquad 1 \qquad\qquad\qquad\end{array}\\
\begin{array}{c}2\\ \\ \\ \\ \\ \\ 1\end{array} &
\left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
1300 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0 & -1300 & 0 & 0 & 0 & 3900 & 0\\
0 & 7500 & 0 & -22500 & 0 & 0 & 0 & -7500 & 0 & -22500 & 0 & 0\\
0 & 0 & 750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -750000 & 0 & 0 & 0\\
0 & -22500 & 0 & 90000 & 0 & 0 & 0 & 22500 & 0 & 45000 & 0 & 0\\
3900 & 0 & 0 & 0 & 15600 & 0 & -3900 & 0 & 0 & 0 & 7800 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4600\\
\hline
-1300 & 0 & 0 & 0 & -3900 & 0 & 1300 & 0 & 0 & 0 & -3900 & 0\\
0 & -7500 & 0 & 22500 & 0 & 0 & 0 & 7500 & 0 & 22500 & 0 & 0\\
0 & 0 & -750000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 750000 & 0 & 0 & 0\\
0 & -22500 & 0 & 45000 & 0 & 0 & 0 & 22500 & 0 & 90000 & 0 & 0\\
3900 & 0 & 0 & 0 & 7800 & 0 & -3900 & 0 & 0 & 0 & 15600 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4600 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4600
\end{array}\right]
\end{array}
$$

3. eleman:

$i(0,-3,0)$, $j(0,0,0)$, $k(0,0,-6)$ 3 nolu elemanın i, j, k noktalarının koordinatları

$\Delta_1 = 0-0=0,\ \ \Delta_2 = 0-(-3)=3,\ \ \Delta_3 = 0-0=0$ Bak: 11.1

$\beta_1 = 0-0=0,\ \ \beta_2 = 0-(-3)=3,\ \ \beta_3=-6-0=-6$

$\gamma_1 = 3\cdot(-6)-0\cdot 3=-18,\ \gamma_2 = 0\cdot 0-0\cdot(-6)=0,\ \gamma_3=0\cdot 3-0\cdot 0=0$

$\delta_1 = 0\cdot 0-0\cdot 3=0,\ \delta_2 = \ 0\cdot 0-(-18)\cdot 0=0,\ \ \delta_3 = \ -18\cdot 3-0\cdot 6=-54$

$L=\sqrt{0^2+3^2+0^2}=3\,m,\ L_2=\sqrt{0^2+0^2+(-54)^2}=54\,m,\ L_3=\sqrt{(-18)^2+0^2+0^2}=18\,m$

$$
\underline{t}=\begin{bmatrix}\frac{0}{3} & \frac{3}{3} & \frac{0}{3}\\ \frac{0}{54} & \frac{54}{54} & \frac{-54}{54}\\ \frac{-18}{18} & \frac{0}{18} & \frac{0}{18}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ -1 & 0 & 0\end{bmatrix}\ \to\ \underline{T}^3=\begin{bmatrix}\underline{t} & & & \\ & \underline{t} & & \\ & & \underline{t} & \\ & & & \underline{t}\end{bmatrix}=
\left[\begin{array}{cccccccccccc}
0 & 1 & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & -1 & & & & & & & & & \\
-1 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
 & & & 0 & 1 & 0 & & & & & & \\
 & & & 0 & 0 & -1 & & & & & & \\
 & & & -1 & 0 & 0 & & & & & & \\
 & & & & & & 0 & 1 & 0 & & & \\
 & & & & & & 0 & 0 & -1 & & & \\
 & & & & & & -1 & 0 & 0 & & & \\
 & & & & & & & & & 0 & 1 & 0\\
 & & & & & & & & & 0 & 0 & -1\\
 & & & & & & & & & -1 & 0 & 0
\end{array}\right]
$$

$\underline{k}^3=(\underline{T}^3)^T\underline{\hat{k}}^3\underline{T}^3$

$$
\underline{k}^3=
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc}\qquad\qquad\qquad 3 \qquad\qquad\qquad & \qquad\qquad\qquad 1 \qquad\qquad\qquad\end{array}\\
\begin{array}{c}3\\ \\ \\ \\ \\ \\ 1\end{array} &
\left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
18000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -27000 & -18000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -27000\\
0 & 18\cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -18\cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 72000 & 108000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -72000 & 108000 & 0 & 0\\
0 & 0 & 108000 & 216000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -108000 & 108000 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 14800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -14800 & 0\\
-27000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54000 & 27000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27000\\
\hline
-18000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27000 & 18000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27000\\
0 & -18\cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18\cdot 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & -72000 & -108000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 72000 & -108000 & 0 & 0\\
0 & 0 & 108000 & 108000 & 0 & 0 & 0 & 0 & -108000 & 216000 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -14800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14800 & 0\\
-27000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27000 & 27000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54000
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Elemanların eşdeğer yükleri: Bak: EK4

$$
\underline{\tilde{s}}^1=
\begin{array}{c}4\\ \\ \\ \\ \\ \\ 1\end{array}
\left[\begin{array}{c}0\\30\\0\\0\\0\\45\\ \hline 0\\30\\0\\0\\0\\-45\end{array}\right]
\ \to\ \underline{s}^1=(\underline{T}^1)^T\underline{\tilde{s}}^1=
\begin{array}{c}4\\ \\ \\ \\ \\ \\ 1\end{array}
\left[\begin{array}{c}0\\30\\0\\0\\0\\45\\ \hline 0\\30\\0\\0\\0\\-45\end{array}\right],\ \
\underline{\tilde{s}}^2=
\begin{array}{c}2\\ \\ \\ \\ \\ \\ 1\end{array}
\left[\begin{array}{c}0\\180\\0\\0\\0\\180\\ \hline 0\\180\\0\\0\\0\\-180\end{array}\right]
\ \to\ \underline{s}^2=(\underline{T}^2)^T\underline{\tilde{s}}^2=
\begin{array}{c}2\\ \\ \\ \\ \\ \\ 1\end{array}
\left[\begin{array}{c}0\\180\\0\\-180\\0\\0\\ \hline 0\\180\\0\\180\\0\\0\end{array}\right],\qquad
\underline{\tilde{s}}^3=\underline{s}^3=\underline{0}
$$

Sistem denge denklemi, sınır koşulları:

Düğüm serbestlik derecesi 6, sistem serbestlik derecesi 6·4=24 tür. Sistem rijitlik matrisi $\underline{K}_0$ ın boyutu 24x24 olacaktır, sayfaya sığmayacak kadar büyüktür. Bu nedenle $\underline{K}_0$ matrisini 6x6 boyutlu alt matrislere bölelim:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1\\ 2\\ 3\\ 4 \end{array} & \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{k}_{11} & \underline{k}_{12} & \underline{k}_{13} & \underline{k}_{14} \\ \underline{k}_{21} & \underline{k}_{22} & \underline{k}_{23} & \underline{k}_{24} \\ \underline{k}_{31} & \underline{k}_{32} & \underline{k}_{33} & \underline{k}_{34} \\ \underline{k}_{41} & \underline{k}_{42} & \underline{k}_{43} & \underline{k}_{44} \end{bmatrix}}_{\underline{K}_0} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix}}_{\underline{U}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{P}_1 \\ \underline{P}_2 \\ \underline{P}_3 \\ \underline{P}_4 \end{bmatrix}}_{\underline{P}_0} \end{array} \tag{11.7}$$

Sistem denge denklemi

$\underline{k}_{ij}$ alt matrisi elemanların genel rijitlik matrislerinin i ve j nolu bloklarının toplamı, $\underline{U}_i$ ve $\underline{P}_i$ sistemin i. düğüm yer değiştirmeleri ve düğüm yükleridir. Sistemin sadece 1 nolu düğümündeki $\underline{U}_1$ yer değiştirmelerini hesaplamak yeterlidir. Çünkü diğer düğümlerdeki(mesnetlerdeki) yer değiştirmelerin tümü sıfırdır.

Sınır koşulları, her noktada 6 yer değiştirme olduğundan, $\underline{I}\,\underline{U}_2 = \underline{0}$, $\underline{I}\,\underline{U}_3 = \underline{0}$, $\underline{I}\,\underline{U}_4 = \underline{0}$ olarak yazılabilir. Bu sınır koşullarını 11.7 denklem sistemine işlersek:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1\\ 2\\ 3\\ 4 \end{array} & \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{k}_{11} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{I} \end{bmatrix}}_{\underline{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix}}_{\underline{U}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{P}_1 \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{P}} \end{array}$$

Sınır koşulları işlenmiş sistem denge denklemi

$\underline{k}_{11}\,\underline{U}_1 = \underline{P}_1$

olur. $\underline{k}_{11}$ elemanların genel rijitlik matrislerinin 1-1 nolu alt matrislerinin toplamıdır. $\underline{U}_1$ sistemin 1 dğümündeki yer değiştirmelerdir. $\underline{P}_1$ sistemin 1 noktasındaki yüklerdir. Bu örnekte, 1 ve 2 nolu elemanların eşdeğer yüklerinin 1 nolu düğümündeki değerlerinin toplamının ters işaretlisi $\underline{P}_1$ olur(eleman eşdeğer yüklerinin düğümlere aktarılması ilkesi):

$\underline{k}^1, \underline{k}^2, \underline{k}^3$ eleman genel rijitlik matrislerinin 1-1 bloklarının toplamı

Sistemin 1 noktasındaki yer değiştirmeler.

1 ve 2 nolu elemanların $\underline{\bar{s}}^1$ ve $\underline{\bar{s}}^2$ eşdeğer yük vektörlerinin 1 nolu düğümündeki değerlerinin ters işaretlilerinin toplamı

Sistemin 1 noktasındaki yer değiştirmeler.

$$\underline{k}_{11} = \underbrace{\begin{bmatrix} 769300 & 0 & 0 & 0 & -3900 & 27000 \\ 0 & 1815000 & 0 & 22500 & 0 & -22500 \\ 0 & 0 & 823300 & -10800 & 3900 & 0 \\ 0 & 22500 & -108000 & 310600 & 0 & 0 \\ -3900 & 0 & 3900 & 0 & 46000 & 0 \\ 27000 & -22500 & 0 & 0 & 0 & 148600 \end{bmatrix}}_{\underline{k}_{11}} \underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix}}_{\underline{U}_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -210 \\ 0 \\ -180 \\ 0 \\ 45 \end{bmatrix}}_{\underline{P}_1} \xrightarrow{\text{ÇÖZÜM}} \underline{U}_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.000010\,m \\ -0.000105\,m \\ -0.000079\,m \\ -0.000599\,rad \\ 0.000006\,rad \\ 0.000289\,rad \end{bmatrix}}_{\underline{U}_1}$$

Sistem yer değiştirme vektörü:

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = [\overset{1}{\overbrace{-0.000010 \quad -0.000105 \quad -0.000079 \quad -0.000599 \quad 0.000006 \quad 0.000289}} \mid \overset{2}{\underline{0}} \quad \overset{3}{\underline{0}} \quad \overset{4}{\underline{0}}]^T$$

Elemanların genel yer değiştirmeleri:

$$\underline{u}^1 = [\overset{4}{\underline{0}} \mid \overset{1}{\overbrace{-0.000010 \quad -0.000105 \quad -0.000079 \quad -0.000599 \quad 0.000006 \quad 0.000289}}]^T$$

$$\underline{u}^2 = [\overset{2}{\underline{0}} \mid \overset{1}{\overbrace{-0.000010 \quad -0.000105 \quad -0.000079 \quad -0.000559 \quad 0.000006 \quad 0.000289}}]^T$$

$$\underline{u}^3 = [\overset{3}{\underline{0}} \mid \overset{1}{\overbrace{-0.000010 \quad -0.000105 \quad -0.000079 \quad -0.000559 \quad 0.000006 \quad 0.000289}}]^T$$

Elemanların yerel yer değiştirmeleri: $\underline{\hat{u}}^i = \underline{T}^i \underline{u}^i$

$$\underline{\hat{u}}^1 = \underline{T}^1 \underline{u}^1 = [\overset{4}{\underline{0}} \mid \overset{1}{\overbrace{-0.000010 \quad -0.000105 \quad -0.000079 \quad -0.000559 \quad 0.000006 \quad 0.000289}}]^T$$

$$\underline{\hat{u}}^2 = \underline{T}^2 \underline{u}^2 = [\overset{2}{\underline{0}} \;|\; -0.000079 \quad -0.000105 \quad \overset{1}{0.000010} \quad 0.000289 \quad 0.000006 \quad 0.000559]^T$$

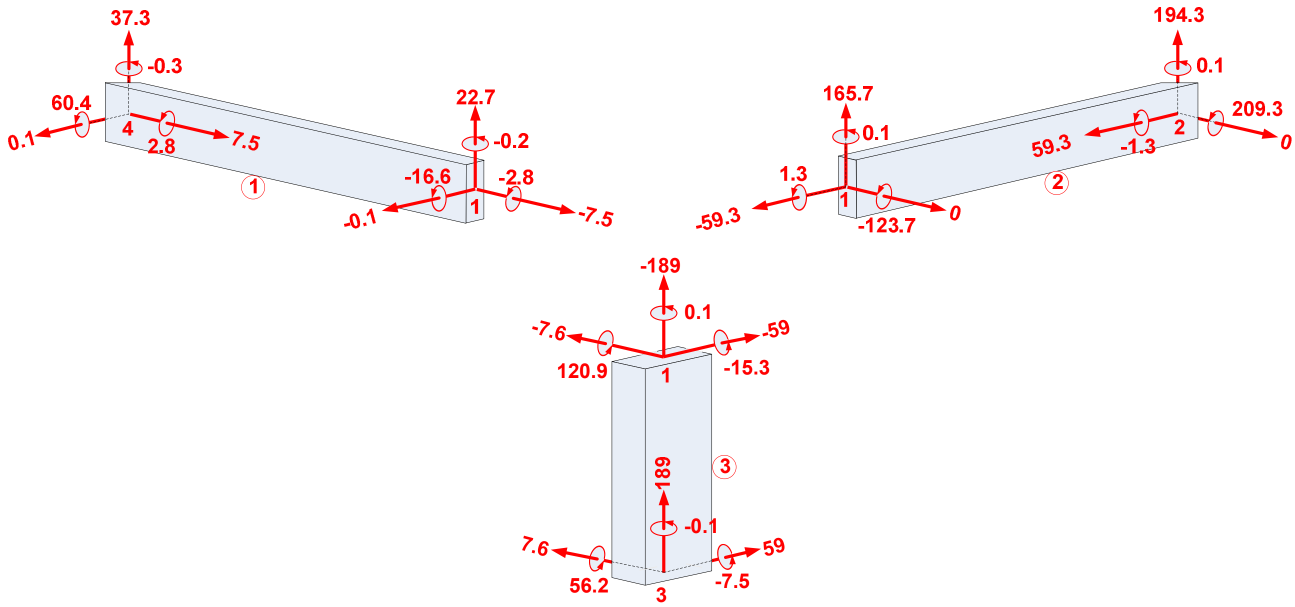
$$\underline{\hat{u}}^3 = \underline{T}^3 \underline{u}^3 = [\overset{2}{\underline{0}} \;|\; -0.000105 \quad 0.000079 \quad 0.000010 \quad \overset{1}{0.000006} \quad -0.000289 \quad 0.000559]^T$$

Eleman yerel kuvvetleri: $\underline{\hat{k}}^i\, \underline{\hat{u}}^i + \underline{\tilde{s}}^i = \underline{\hat{s}}^i$

$$\underline{\hat{s}}^1 = \underline{\hat{k}}^1 \underline{\hat{u}}^1 + \underline{\tilde{s}}^1 = [7.5 \quad 37.3 \quad 0.1 \quad \overset{4}{2.8} \quad -0.3 \quad 60.4 \;|\; -7.5 \quad 22.7 \quad -0.1 \quad \overset{1}{-2.8} \quad -0.2 \quad -16.6]^T$$

$$\underline{\hat{s}}^2 = \underline{\hat{k}}^2 \underline{\hat{u}}^2 + \underline{\tilde{s}}^2 = [59.3 \quad 194.3 \quad 0 \quad \overset{2}{-1.3} \quad 0.1 \quad 209.3 \;|\; -59.3 \quad 165.7 \quad 0 \quad \overset{1}{1.3} \quad 0.1 \quad -123.7]^T$$

$$\underline{\hat{s}}^3 = \underline{\hat{k}}^3 \underline{\hat{u}}^3 + \underline{\tilde{s}}^3 = [189 \quad 59 \quad 7.6 \quad \overset{3}{-0.1} \quad -7.5 \quad 56.2 \;|\; -189 \quad -59 \quad -7.6 \quad \overset{1}{0.1} \quad -15.3 \quad 120.9]^T$$



Reaksiyonlar:

İşlem sayısının çok olması nedeniyle bu örneğin 2, 3 ve 4 noktalarındaki reaksiyon kuvvetleri standart SEM bağıntısı $\underline{K}_0 \underline{U} - \underline{P}_{eşdeğer} = \underline{P}_{hesap}$ ile hesaplanmamıştır. Yukarıdaki şekilden bu noktalardaki reaksiyonların elemanların aynı numaralı noktalarındaki kuvvetler olduğu görülebilir.

NOT:

El hesaplarında rijitlik matrisleri yuvarlatılarak tam sayılar ile kurulduğundan ve diğer yuvarlamalar nedeniyle sonuçlar gerçek çözümden biraz farklıdır.