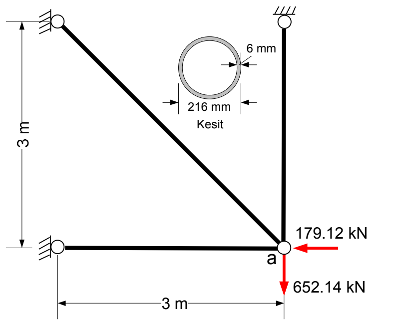
7. Kafes sistem sayısal örnekleri

7.1 Düzlem kafes sistem sayısal örneği 1

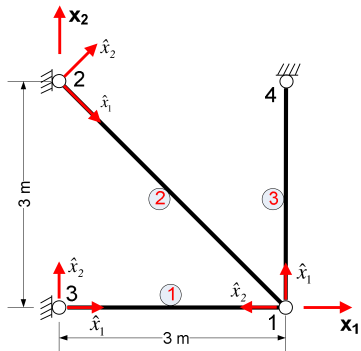
Şekil 7.1 deki kafes sistem elastisite modülü $2.1 \cdot 10^5$ N/mm^2 olan çelik borulardan imal edilmiştir. a noktasındaki kuvvetlerinden oluşan:

a) Düğümlerin yer değiştirmelerini b) Reaksiyonları c) Elemanların yerel uç kuvvetlerini d) Elemanların şekil değiştirmelerini e) Elemanların gerilmelerini f) Elemanların yer değiştirme fonksiyonlarını

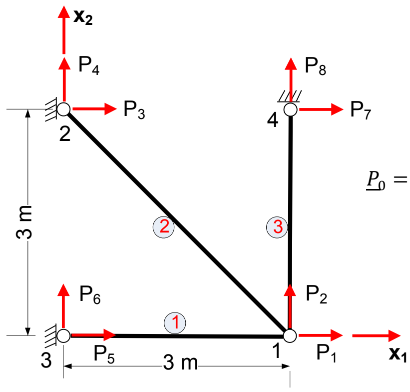
bulunuz. Yer değiştirmiş sistemi çiziniz.



Şekil 7.1: Çözülmesi istenen düzlem kafes sistem

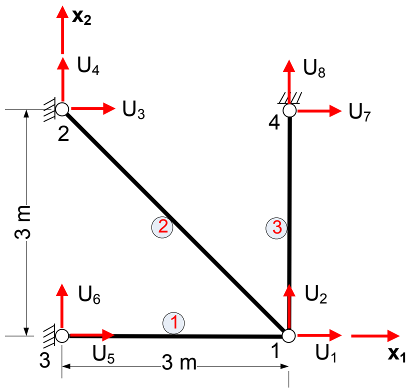


Şekil 7.1a: Numaralandırma ve koordinat sistemi



$$\underline{P}_0 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -179120 \\ -652140 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ P_7 \\ P_8 \end{bmatrix}$$

Şekil 7.1b: Sistem yükleri



$$\underline{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \end{bmatrix}$$

Şekil 7.1c: Sistem yer değiştirmeleri

Hesap sırası: Genel ve yerel koordinat sistemleri seçilir, şekil 7.1a. Düğümlere, elemanlara, düğüm kuvvetlerine ve düğüm yer değiştirmelerine numara verilir, şekil 7.1b ve şekil 7.1c. Elemanların $\underline{k}^i$ genel rijitlik matrisleri kurulur ve bölüm 6.6 de açıklanan yolla sistem rijitlik matrisi $\underline{K}_0$ a taşınır. Sistemin $\underline{U}$, $\underline{P}_0$ vektörleri dikkate alınarak $\underline{K}_0\,\underline{U} = \underline{P}_0$ denklem sistemi oluşturulur, sınır koşulları 6.4 de açıklandığı gibi işlenir. Denklem sistemi çözülerek sitemin $\underline{U}$ yer değiştirme vektörü hesaplanır. $\underline{U}$ vektörü denklem sisteminde yerine konarak reaksiyonlar bulunur. Elemanların $\underline{u}^i$ genel yer değiştirmeleri belirlenir, $\hat{\underline{u}}^i = \underline{T}^i \underline{u}^i$ bağıntısı yardımıyla yerel yer değiştirmelerine dönüştürülür. Her elemanın yerel $\hat{\underline{k}}^i$ rijitlik matrisi kurulur, $\hat{\underline{k}}^i\,\hat{\underline{u}}^i = \hat{\underline{s}}^i$ bağıntısı kullanılarak yerel kuvvetleri bulunur.

El hesaplarında aşağıdaki eleman bilgilerinin hazırlanması kolaylık sağlar(birimler N ve mm cinsindendir):

Eleman	*E*	*A*	*i ucu*	*j ucu*	*Koordinatlar*		Δ_1	Δ_2	*L*	*EA/L*	$c_1=\frac{\Delta_1}{L}$	$c_2=\frac{\Delta_2}{L}$
					i	*j*						
1	$2.1 \cdot 10^5$	3958.4	3	1	0, 0	3000, 0	3000	0	3000	2777088	1	0
2	$2.1 \cdot 10^5$	3958.4	2	1	0, 3000	3000, 0	3000	-3000	4242.6	195932.7	0.7071	-0.7071
3	$2.1 \cdot 10^5$	3958.4	1	4	3000, 0	3000, 3000	0	3000	3000	277088	0	1

Elemanların genel rijitlik matrislerinin kurulması, sistem rijitlik matrisine taşınması:

Bak: 5.18 ve Bölüm 6.4

$$\underline{k}^1 = 277088 \begin{array}{c} \\ 3 \\ \\ 1 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 3 & & 1 & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

3-3 → 3-3 e
3-1 → 3-1 e
1-3 → 1-3 e
1-1 → 1-1 e

$$\underline{k}^2 = 195932.7 \begin{array}{c} \\ 2 \\ \\ 1 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 2 & & 1 & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|cc} 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 & 0.5 & -0.5 \\ \hline -0.5 & 0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \end{array}\right] \end{array}$$

2-2 → 2-2 ye
2-1 → 2-1 e
1-2 → 1-2 ye
1-1 → 1-1 e

$$\underline{k}^3 = 277088 \begin{array}{c} \\ 1 \\ \\ 4 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & & 4 & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

1-1 → 1-1 e
1-4 → 1-4 e
4-1 → 4-1 e
4-4 → 4-4 e

$$\underbrace{\begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccccccc} 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \\ \\ 2 \\ \\ 3 \\ \\ 4 \\ \\ \end{array} & \left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc} \substack{277088 \\ 97966} & \substack{0 \\ -97966} & -97966 & 97966 & -277088 & 0 & & \\ \substack{0 \\ -97966} & \substack{0 \\ 97966 \\ 277088} & 97966 & -97966 & 0 & 0 & & -277088 \\ \hline -97966 & 97966 & 97966 & -97966 & & & & \\ 97966 & -97966 & -97966 & 97966 & & & & \\ \hline -277088 & 0 & & & 277088 & 0 & & \\ 0 & 0 & & & 0 & 0 & & \\ \hline & & & & & & & \\ & -277088 & & & & & & 277088 \end{array}\right] \end{array}}_{\underline{K}_0}$$

Sistem denge denklemleri:

$$\underline{P}_0^T = [-179120 \quad -652140 \quad P_3 \quad P_4 \quad P_5 \quad P_6 \quad P_7 \quad P_8]$$

$$\underline{U}^T = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5 \quad U_6 \quad U_7 \quad U_8]$$

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ \\ 2 \\ \\ 3 \\ \\ 4 \\ \\ \end{array} \underbrace{\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc} 375054 & -97966 & -97966 & 97966 & -277088 & 0 & 0 & 0 \\ -97966 & 375054 & 97966 & -97966 & 0 & 0 & 0 & -277088 \\ \hline -97966 & 97966 & 97966 & -97966 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 97966 & -97966 & -97966 & 97966 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -277088 & 0 & 0 & 0 & 277088 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -277088 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 277088 \end{array}\right] \end{array}}_{\underline{K}_0} \underbrace{\left[\begin{array}{c} U_1 \\ U_2 \\ \hline U_3 \\ U_4 \\ \hline U_5 \\ U_6 \\ \hline U_7 \\ U_8 \end{array}\right]}_{\underline{U}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} -179120 \\ -652140 \\ \hline P_3 \\ P_4 \\ \hline P_5 \\ P_6 \\ \hline P_7 \\ P_8 \end{array}\right]}_{\underline{P}_0} \begin{array}{l} \left.\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\right\} \underline{h} \leftarrow \text{Verilmiş kuvvetler} \\ \left.\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{Reaksiyonlar} \end{array} \qquad (7.1)$$

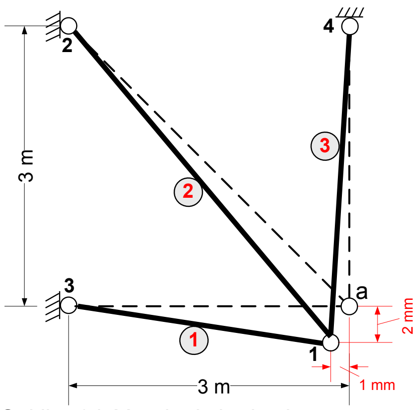
Sınır koşulları ve işlenmesi: *$1 \cdot U_3=0,\ 1 \cdot U_4=0,\ 1 \cdot U_5=0,\ 1 \cdot U_6=0$*

Bak: Bölüm 6.4

$$
\underbrace{\begin{array}{c}\\ 1\\ \\ 2\\ \\ 3\\ \\ 4\\ \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \end{array}\\
\left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
375054 & -97966 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-97966 & 375054 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]\end{array}}_{\underline{K}}
\underbrace{\left[\begin{array}{c} U_1\\ U_2\\ \hline U_3\\ U_4\\ \hline U_5\\ U_6\\ \hline U_7\\ U_8 \end{array}\right]}_{\underline{U}}
=
\underbrace{\left[\begin{array}{c} -179120\\ -652140\\ \hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ 0 \end{array}\right]}_{\underline{P}}
\begin{array}{l} \left.\begin{array}{c}\\ \\ \end{array}\right\} \underline{h} \text{ Verilmiş kuvvetler}\\ \left.\begin{array}{c}\\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{Sınır koşulları} \end{array}
$$

Denklem sisteminin GAUSS ile çözümü sunucu bulunan sistem yer değiştirmeleri:

$$
\underline{U} = \begin{array}{c} 1\\ \\ 2\\ \\ 3\\ \\ 4\\ \\ \end{array}
\left[\begin{array}{c} -1\\ -2\\ \hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ 0 \end{array}\right] \text{ mm}
$$



Şekil 7.1d: Yer değiştirmiş sistem

Denge kontrolü ve reaksiyonlar: $\underline{U}$ sistem yer değiştirme vektörü 7.1 de yerine konarak hesaplanan $\underline{P}_{hesap}$ vektörü hem reaksiyon kuvvetlerini verir hem de çözümün sağlığı hakkında fikir verir.

$$
\underbrace{\begin{array}{c}\\ 1\\ \\ 2\\ \\ 3\\ \\ 4\\ \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \end{array}\\
\left[\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
375054 & -97966 & -97966 & 97966 & -277088 & 0 & 0 & 0\\
-97966 & 375054 & 97966 & -97966 & 0 & 0 & 0 & -277088\\ \hline
-97966 & 97966 & 97966 & -97966 & 0 & 0 & 0 & 0\\
97966 & -97966 & -97966 & 97966 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline
-277088 & 0 & 0 & 0 & 277088 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -277088 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 277088
\end{array}\right]\end{array}}_{\underline{K}_0}
\underbrace{\left[\begin{array}{c} -1\\ -2\\ \hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ 0\\ \hline 0\\ 0 \end{array}\right]}_{\underline{U}}
=
\underbrace{\left[\begin{array}{c} P_1\\ P_2\\ \hline P_3\\ P_4\\ \hline P_5\\ P_6\\ \hline P_7\\ P_8 \end{array}\right]}_{\underline{P}_{hesap}}
=
\underbrace{\left[\begin{array}{c} -179122\\ -652142\\ \hline -97968\\ 97968\\ \hline 277088\\ 0\\ \hline 0\\ 554176 \end{array}\right]}_{\underline{P}_{hesap}}
\begin{array}{l} \left.\begin{array}{c}\\ \\ \end{array}\right\} \underline{h}_{hesap}\\ \left.\begin{array}{c}\\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{Reaksiyonlar} \end{array}
\text{ Newton}
$$

Hata analizi: El veya bilgisayar ile yapılan hesaplarda sayıların yuvarlanması kaçınılmazdır. Ondalık sayıların her hanesini yazamayız, depolayamayız. Dört işlem sonucu sayılar çok büyüyebilir-küçülebilir, hane kaybı olur. Çözdüğümüz örnek çok küçük olmasına rağmen sayılarda yaptığımız yuvarlamalar nedeniyle çözüm tam doğru olmayacaktır. Bilgisayarda çözülen sistemler genelde çok büyük olduğundan, milyonlarca dört işlem gerekir, durum daha kritiktir. Bir fikir vermesi açısından, bu küçük örnekte, çözümün doğruluğunu irdeleyelim. Bunun için yukarıda tanımlanan $\underline{h}$ ve $\underline{h}_{hesap}$ vektörlerini kullanacağız.

$\underline{h}=\begin{bmatrix}-179120\\-652140\end{bmatrix},\ \underline{h}_{hesap}=\begin{bmatrix}-179122\\-652142\end{bmatrix},\ \underline{h}_{hata}=\underline{h}-\underline{h}_{hesap}=\begin{bmatrix}-179120\\-652140\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-179122\\-652142\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$ Newton

P_1 kuvvetinin hatası 2 N, hata yüzdesi 2/179120=0,00001
P_2 kuvvetinin hatası 2 N, hata yüzdesi 2/652140=0.000003

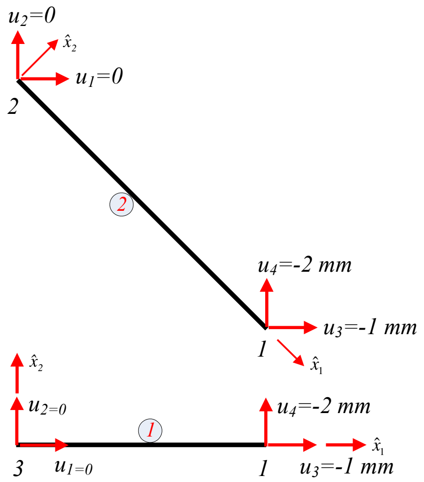
dır. Hata yüzdelerinin çok küçük olması çözümün doğruluğunun işaretidir. Bir başka hata kontrolü da $\underline{h}$ ve $\underline{h}_{hesap}$ vektörlerinin Öklid normlarının[1] oranı(kondisyon sayısı) ile yapılabilir:

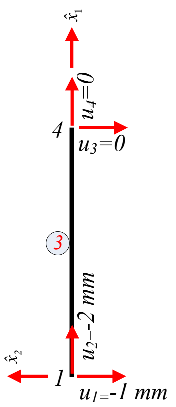
$\underline{h}$ vektörünün Öklid normu: $\|\underline{h}\|=\sqrt{(-179120)^2+(-652140)^2}=676291.77$
$\underline{h}_{hesap}$ vektörünün Öklid normu: $\|\underline{h}_{hesap}\|=\sqrt{(-179122)^2+(-652142)^2}=676294.22$

$Kondisyon\ sayısı=\frac{\|\underline{h}\|}{\|\underline{h}_{hesap}\|}=1$ ise, veya 1 e ne kadar yakın ise o kadar, doğrudur.
$Kondisyon\ sayısı=\frac{\|\underline{h}\|}{\|\underline{h}_{hesap}\|}=\frac{676291.77}{676294.22}=0.999996\approx 1$ olduğundan çözümü doğru kabul edebiliriz.

----
[1] Bir $\underline{x}=[x_1\ \ x_2\ \ \cdots\ \ x_n]$ vektörünün Öklid normu $\|\underline{h}\|$ ile gösterilir ve $\|\underline{x}\|=\sqrt{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2}$ ile hesaplanır. $\underline{x}$ in hesapla belirlenmiş bir $\underline{x}_{hesap}$ vektörü varsa $\frac{\|\underline{x}\|}{\|\underline{x}_{hesap}\|}$ oranına kondisyon sayısı denir. Bu oran 1 e ne kadar yakınsa, $\underline{x}_{hesap}$ gerçek $\underline{x}$ vektörüne o denli yakındır.

Elemanların genel yer değiştirmeleri: Eleman düğümündeki genel yer değiştirme sistemin aynı noktasındaki yer değiştirmeye eşittir. Bak: Bölüm 6.1





$\underline{u}^1=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\-1\\-2\end{bmatrix}$ mm

$\underline{u}^2=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\-1\\-2\end{bmatrix}$ mm

$\underline{u}^3=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\-2\\0\\0\end{bmatrix}$ mm

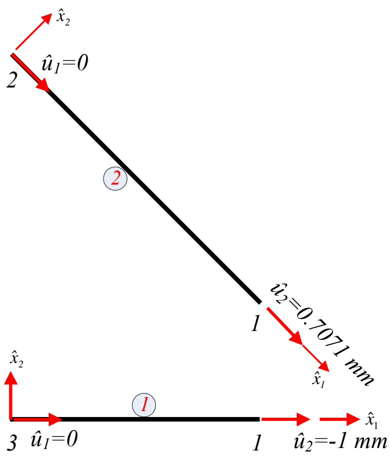
Elemanların yerel yer değiştirmeleri: $\hat{\underline{u}}^i=\underline{T}^i\underline{u}^i$ Bak: 4.1 ve 4.1a

1. Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{u}_1\\\hat{u}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^1}=\underbrace{\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}}_{\underline{T}^1}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\-1\\-2\end{bmatrix}}_{\underline{u}^1}=\underbrace{\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^1}\ \text{mm}$$

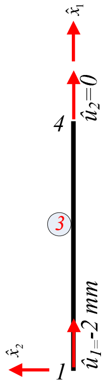
2.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{u}_1\\\hat{u}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^2}=\underbrace{\begin{bmatrix}0.7071&-0.7071&0&0\\0&0&0.7071&-0.7071\end{bmatrix}}_{\underline{T}^2}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\-1\\-2\end{bmatrix}}_{\underline{u}^2}=\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0.7071\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^2}\ \text{mm}$$



3. Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{u}_1\\ \hat{u}_2\end{bmatrix}}_{\hat{u}^1} = \underbrace{\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}}_{T^1} \underbrace{\begin{bmatrix}-1\\ -2\\ 0\\ 0\end{bmatrix}}_{u^1} = \underbrace{\begin{bmatrix}-2\\ 0\end{bmatrix}}_{\hat{u}^1} \text{ mm}$$



Eleman yerel kuvvetleri: $\underline{\hat{k}}^i\ \underline{\hat{u}}^i = \underline{\hat{s}}^i$ Bak: 5.14 ve 5.14a

1.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\end{bmatrix}}_{\hat{s}^1} = \underbrace{277088\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{k}^1} \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -1\end{bmatrix}}_{\hat{u}^1} = \underbrace{\begin{bmatrix}277088\\ -277088\end{bmatrix}}_{\hat{s}^1} \text{ Newton}$$

2.Elemanda:

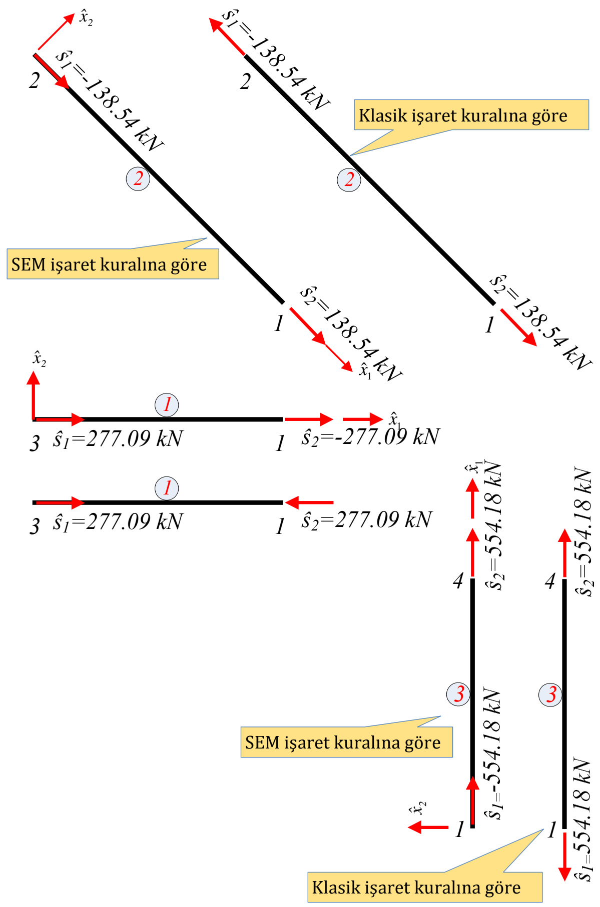
$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\end{bmatrix}}_{\hat{s}^2} = \underbrace{195932.7\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{k}^2} \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ 0.7071\end{bmatrix}}_{\hat{u}^2} = \underbrace{\begin{bmatrix}-138544\\ 138544\end{bmatrix}}_{\hat{s}^2} \text{ Newton}$$

SEM işaret kuralına göre

Klasik işaret kuralına göre

3.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\end{bmatrix}}_{\hat{s}^3} = \underbrace{277088\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{k}^3} \underbrace{\begin{bmatrix}-2\\ -0\end{bmatrix}}_{\hat{u}^3} = \underbrace{\begin{bmatrix}-554176\\ 554176\end{bmatrix}}_{\hat{s}^3} \text{ Newton}$$



Şekil değiştirme: $\underline{\varepsilon}^i = \underline{\hat{D}}^i\ \underline{\hat{u}}^i$ Bak: 5.5 ve 5.6

1.Elemanda:

$$\varepsilon_{11} = \underbrace{\frac{1}{3000}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{D}} \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -1\end{bmatrix}}_{\hat{u}} = -3.33\cdot 10^{-4}$$

2.Elemanda:

$$\varepsilon_{11} = \underbrace{\frac{1}{4242.6}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{D}} \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ 0.7071\end{bmatrix}}_{\hat{u}} = 1.67\cdot 10^{-4}$$

3.Elemanda:

$$\varepsilon_{11} = \underbrace{\frac{1}{3000}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{D}} \underbrace{\begin{bmatrix}-2\\ -0\end{bmatrix}}_{\hat{u}} = 6.67\cdot 10^{-4}$$

Gerilme: $\underline{\sigma}^i = \underline{E}^i \underline{\varepsilon}^i$ Bak: 5.7 ve 5.7a

1.Elemanda:

$$\sigma_{11} = -2.1\cdot 10^5\cdot\ 3.33\cdot 10^{-4} = -69.93\ \text{N/mm}^2$$

2.Elemanda:

$$\sigma_{11} = 2.1\cdot 10^5\cdot 1.67\cdot 10^{-4} = 35.07\ \text{N/mm}^2$$

3.Elemanda:

$$\sigma_{11} = 2.1\cdot 10^5\cdot\ 6.67\cdot 10^{-4} = 140.07\ \text{N/mm}^2$$

Elemanların yer değiştirme fonksiyonları: Bak: 5.3

<u>*1.Elemanda:*</u>

$$\hat{u}(\hat{x}_1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1-\dfrac{\hat{x}_1}{L} & \dfrac{\hat{x}_1}{L} \end{bmatrix}}_{\hat{\phi}(\hat{x}_1)} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}}_{\hat{u}} = -\frac{1}{L}\hat{x}_1$$

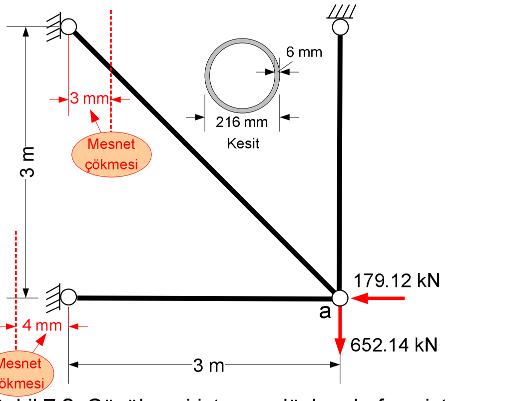
<u>*2.Elemanda:*</u>

$$\hat{u}(\hat{x}_1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1-\dfrac{\hat{x}_1}{L} & \dfrac{\hat{x}_1}{L} \end{bmatrix}}_{\hat{\phi}(\hat{x}_1)} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0.7071 \end{bmatrix}}_{\hat{u}} = \frac{0.7071}{L}\hat{x}_1$$

<u>*3.Elemanda:*</u>

$$\hat{u}(\hat{x}_1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1-\dfrac{\hat{x}_1}{L} & \dfrac{\hat{x}_1}{L} \end{bmatrix}}_{\hat{\phi}(\hat{x}_1)} \underbrace{\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{u}} = -2(1-\frac{1}{L}\hat{x}_1)$$

7.2 Düzlem kafes sistem sayısal örneği 2



Şekil 7.2: Çözülmesi istenen düzlem kafes sistem

Şekil 7.2 deki kafes sistem elastisite modülü $2.1\cdot10^5$ N/mm^2 olan çelik borulardan imal edilmiştir. a noktasındaki kuvvetlerden ve mesnet çökmelerinden oluşan:

a) Düğümlerin yer değiştirmelerini
b) Elemanların yerel uç kuvvetlerini
c) Reaksiyonları

bulunuz. Yer değiştirmiş sistemi çiziniz.

Şekil 7.2 deki sistem ve düğüm yükleri şekil 7.1 deki ile aynıdır. Koordinat sistemi ve numaralandırma 7.1a daki gibi yapılırsa sistem rijitlik matrisi de aynı olacaktır. Tek fark mesnet koşullarıdır.

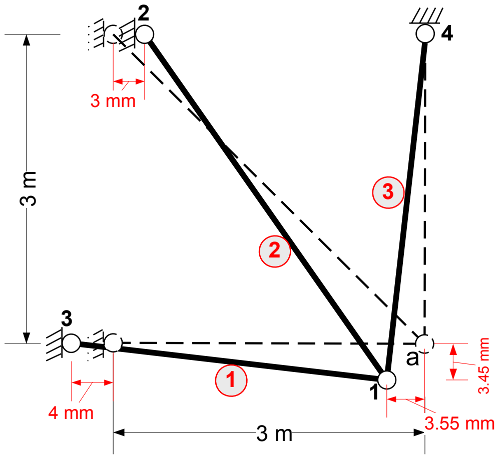
Sınır koşulları ve işlenmesi: *$1\cdot U_3=3$, $1\cdot U_4=0$, $1\cdot U_5=-4$, $1\cdot U_6=0$, $1\cdot U_7=0$, $1\cdot U_8=0$* dır. 7.1 in 3. kolonu 3 ile, 5. kolonu -4 ile çarpılıp karşı tarafa atıldıktan sonra sınır koşulları işlenirse denge denklemleri Bak: Bölüm 6.4

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \underbrace{\begin{bmatrix} 375054 & -97966 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -97966 & 375054 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{K} \end{array} \underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \end{bmatrix}}_{U} = \begin{bmatrix} -179120 \\ -652140 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} 814454 \\ 293898 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{3\cdot 3.kolon+(-4)\cdot 5.kolon} = \underbrace{\begin{bmatrix} -993574 \\ -946038 \\ 3 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{P}$$

olur. GAUSS ile çözümünden:

$$\underline{U}^T = [-3.550240 \quad -3.449745 \quad 3 \quad 0 \quad -4 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

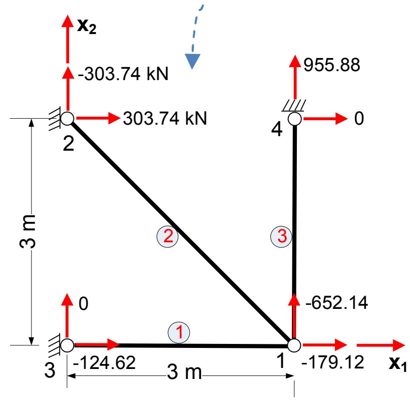
$$\underline{U}=\begin{array}{c} 1 \\ \\ 2 \\ \\ 3 \\ \\ 4 \\ \\ \end{array}\begin{bmatrix} -3.550240 \\ -3.449745 \\ 3 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Şekil 7.2a: Yer değiştirmiş sistem

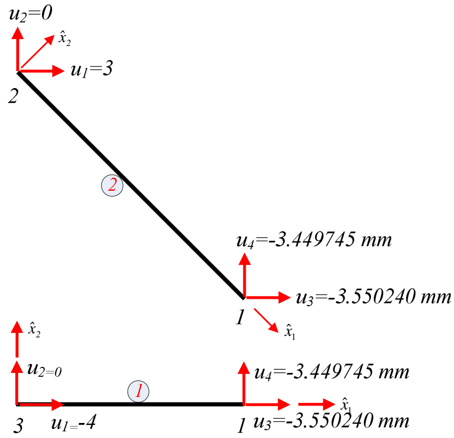
Denge kontrolü ve reaksiyonlar: $\underline{U}$ sistem yer değiştirme vektörü 7.1 de yerine konarak hesaplanan $\underline{P}_{hesap}$ vektörü hem reaksiyon kuvvetlerini verir hem de çözümün sağlığı hakkında fikir verir.

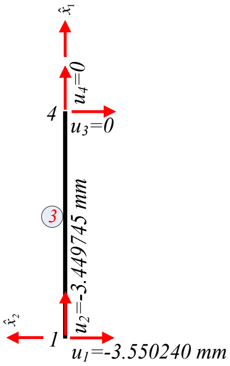
$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ \\ 2 \\ \\ 3 \\ \\ 4 \\ \\ \end{array}\underbrace{\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 375054 & -97966 & -97966 & 97966 & -277088 & 0 & 0 & 0 \\ -97966 & 375054 & 97966 & -97966 & 0 & 0 & 0 & -277088 \\ -97966 & 97966 & 97966 & -97966 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 97966 & -97966 & -97966 & 97966 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -277088 & 0 & 0 & 0 & 277088 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -277088 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 277088 \end{bmatrix} \end{array}}_{\underline{K}_0}\underbrace{\begin{bmatrix} -3.550240 \\ -3.449745 \\ 3 \\ 0 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{U}}=\underbrace{\begin{bmatrix} -179120 \\ -652140 \\ 303743 \\ -303743 \\ -124623 \\ 0 \\ 0 \\ 955883 \end{bmatrix}}_{\underline{P}_{hesap}}\begin{array}{l} \text{Denge sağlanıyor} \\ \\ \\ \text{Reaksiyonlar} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \qquad (7.2)$$



Reaksiyonlar

Elemanların genel yer değiştirmeleri: Eleman düğümündeki genel yer değiştirme sistemin aynı noktasındaki yer değiştirmeye eşittir. Bak: Bölüm 6.1





$$\underline{u}^1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ -3.550240 \\ -3.449745 \end{bmatrix} \text{mm}$$

$$\underline{u}^2 = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -3.550240 \\ -3.449745 \end{bmatrix} \text{mm}$$

$$\underline{u}^3 = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.550240 \\ -3.449745 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{mm}$$

Elemanların yerel yer değiştirmeleri: $\underline{\hat{u}}^i = \underline{T}^i \underline{u}^i$ Bak: 4.1 ve 4.1a

1. Elemanda:

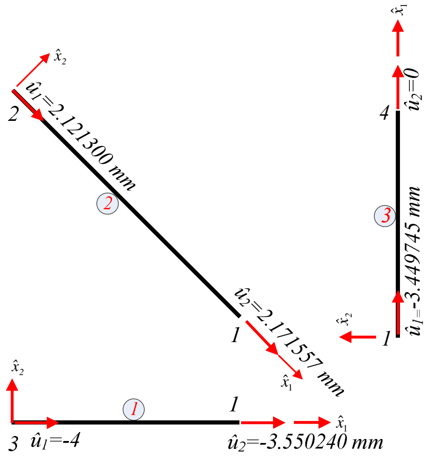
$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{T^1} \underbrace{\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ -3.550240 \\ -3.449745 \end{bmatrix}}_{u^1} = \underbrace{\begin{bmatrix} -4 \\ -3.550240 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^1} \text{mm}$$

2.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^2} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.7071 & -0.7071 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix}}_{T^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -3.550240 \\ -3.449745 \end{bmatrix}}_{u^2} = \underbrace{\begin{bmatrix} 2.121300 \\ -0.071060 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^2} \text{mm}$$

3. Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^3} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T^3} \underbrace{\begin{bmatrix} -3.550240 \\ -3.449745 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{u^3} = \underbrace{\begin{bmatrix} -3.449745 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^3} \text{mm}$$



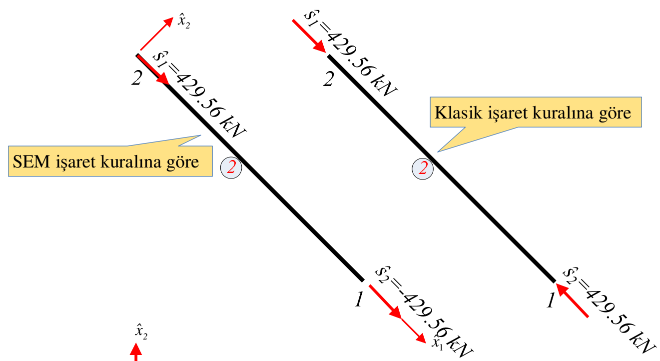
Eleman yerel kuvvetleri: $\underline{\hat{k}}^i\, \underline{\hat{u}}^i = \underline{\hat{s}}^i$ Bak: 5.14 ve 5.14a

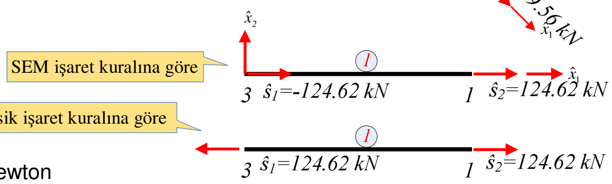
1.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{s}^1} = \underbrace{277088 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_{\hat{k}^1} \underbrace{\begin{bmatrix} -4 \\ -3.550240 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^1} = \underbrace{\begin{bmatrix} -124623 \\ 124623 \end{bmatrix}}_{\hat{s}^1} \text{Newton}$$

2.Elemanda:

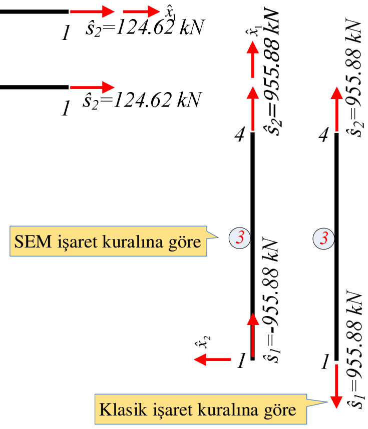
$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{s}^2} = \underbrace{195932.7 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_{\hat{k}^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 2.121300 \\ -0.071060 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^2} = \underbrace{\begin{bmatrix} 429555 \\ -429555 \end{bmatrix}}_{\hat{s}^2} \text{Newton}$$





3.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{s}^3} = \underbrace{277088 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_{\hat{k}^3} \underbrace{\begin{bmatrix} -3.449745 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{u}^3} = \underbrace{\begin{bmatrix} -955883 \\ 955883 \end{bmatrix}}_{\hat{s}^3} \text{Newton}$$

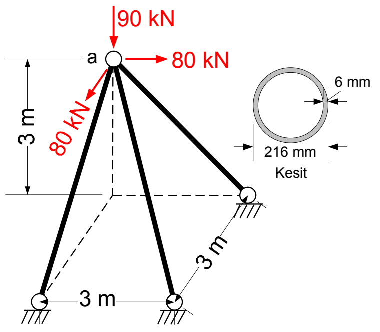


7.3 Uzay kafes sistem sayısal örneği 1

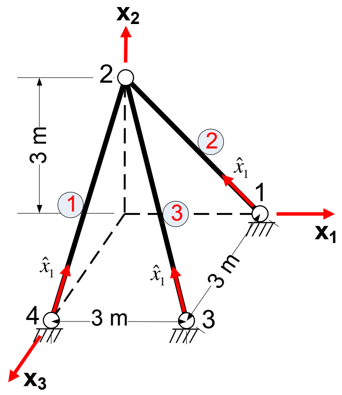
Şekil 7.3 deki kafes sistem elastisite modülü $2.1^{\cdot}10^5$ N/mm^2 olan çelik borulardan imal edilmiştir. a noktasındaki kuvvetlerinden oluşan:

a) Düğümlerin yer değiştirmelerini
b) Elemanların yerel uç kuvvetlerini
c) Reaksiyonları

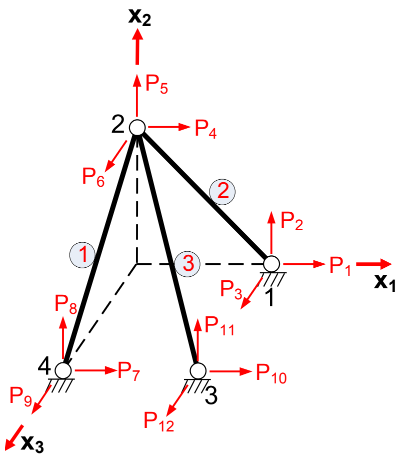
bulunuz.



Şekil 7.3: Çözülmesi istenen uzay kafes sistem

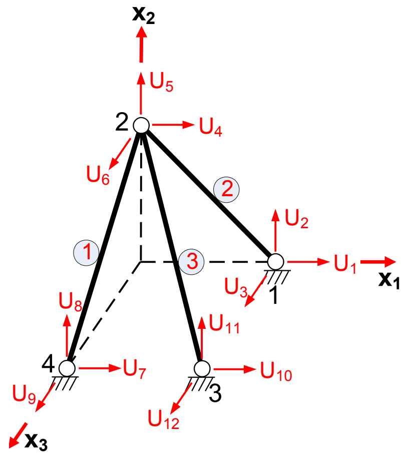


Şekil 7.3a: Koordinat sistemi ve numaralandırma



Şekil 7.3b: Sistem yükleri

$$
\underline{P}_0 = \begin{array}{c} \\ 1 \\ \\ \\ 2 \\ \\ \\ 3 \\ \\ \\ 4 \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \hdashline 80000 \\ -90000 \\ 80000 \\ \hdashline P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ \hdashline P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{bmatrix}
$$



Şekil 7.3c: Sistem yer değiştirmeleri

$$
\underline{U} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ \\ \\ 2 \\ \\ \\ 3 \\ \\ \\ 4 \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \hdashline U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ \hdashline U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ \hdashline U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \end{bmatrix}
$$

Koordinat sistemleri şekil 7.3.a daki gibi olsun. Düğüm serbestlik derecesi 3, sistem serbestlik derecesi 3·4=12 dir. Şekil 7.3b de düğüm kuvvetleri, 7.3c de yer değiştirmeler görülmektedir[1].

El hesaplarında aşağıdaki eleman bilgilerinin hazırlanması kolaylık sağlar(birimler N ve mm cinsindendir):

Eleman	*E*	*A*	*i ucu*	*j ucu*	*Koordinatlar*		Δ_1	Δ_2	Δ_3	*L*	*EA/L*	$c_1=\frac{\Delta_1}{L}$	$c_2=\frac{\Delta_2}{L}$	$c_2=\frac{\Delta_3}{L}$
					i	*j*								
1	$2.1^{\cdot}10^5$	3958.4	4	2	0, 0, 3000	0, 3000, 0	0	3000	-3000	4242.6	195932.7	0	0.7071	-0.7071
2	$2.1^{\cdot}10^5$	3958.4	1	2	3000, 0, 0	0, 3000, 0	-3000	3000	0	4242.6	195932.7	-0.7071	0.7071	0
3	$2.1^{\cdot}10^5$	3958.4	3	2	3000, 0, 3000	0, 3000, 0	-3000	3000	-3000	4242.6	195932.7	-0.5773	0.5773	-0.5773

Elemanların genel rijitlik matrisleri:

Bak: Bölüm 5.19

$$
\underline{k}^1 = 195932.7 \begin{array}{c} \\ \\ 4 \\ \\ \\ 2 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \qquad 4 \qquad\qquad\qquad 2 \\ \left[\begin{array}{ccc:ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0.5 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 & -0.5 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0.5 \end{array}\right] \end{array}
$$

$$
\underline{k}^2 = 195932.7 \begin{array}{c} \\ \\ 1 \\ \\ \\ 2 \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \qquad 1 \qquad\qquad\qquad 2 \\ \left[\begin{array}{ccc:ccc} 0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline -0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}
$$

[1] Kuvvetlere ve yer değiştirmelere rastgele numara verilmez. Örneğin: 1.düğümdeki x_1, x_2, x_3 yönü kuvvetleri P_1, P_2, P_3; 2.düğümdeki x_1, x_2, x_3 yönü kuvvetleri P_4, P_5, P_6, …. sırasında numaralanmalıdır.

$$\underline{k}^3 = 159975.4 \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \quad 3 \quad & \quad 2 \quad \end{array} \\ \begin{array}{c} 3 \\ 2 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 \\ -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 \\ 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 \\ \hline -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 \\ 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 \\ -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 & -0.3333 & 0.3333 \end{array}\right] \end{array}$$

Sistemin denge denklemleri: Bak: Bölüm 6.4

Gösterilmeyen terimler=0

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \underbrace{\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 97966 & -97966 & & -97966 & 97966 & & & & & & & \\ -97966 & 97966 & & 97966 & -97966 & & & & & & & \\ & & 0 & & & & & & & & & \\ \hline -97966 & 97966 & & 151286 & -151286 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & & & \\ 97966 & -97966 & & -151286 & 249252 & -151286 & 53320 & -53320 & 53320 & & -97966 & 97966 \\ & & & 53320 & -151286 & 151286 & -53320 & 53320 & -53320 & & 97966 & -97966 \\ \hline & & & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & & & \\ & & & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & & & \\ & & & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & & & \\ \hline & & & & & & & & & 0 & & \\ & & & & -97966 & 97966 & & & & & 97966 & -97966 \\ & & & & 97966 & -97966 & & & & & -97966 & 97966 \end{array}\right]}_{\underline{K}_0} \end{array} \underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \end{bmatrix}}_{\underline{U}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \hline 80000 \\ -90000 \\ 80000 \\ \hline P_7 \\ P_8 \\ P_9 \\ \hline P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \end{array}\right]}_{\underline{P}_0} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

Sınır koşulları: $1 \cdot U_1=0,\ 1 \cdot U_2=0,\ 1 \cdot U_3=0,\ 1 \cdot U_7=0,\ 1 \cdot U_8=0,\ 1 \cdot U_9=0,\ 1 \cdot U_{10}=0,\ 1 \cdot U_{11}=0,\ 1 \cdot U_{12}=0$

Sınır koşulları işlenmiş denklem sistemi ve çözümü: Bak: Bölüm 6.6

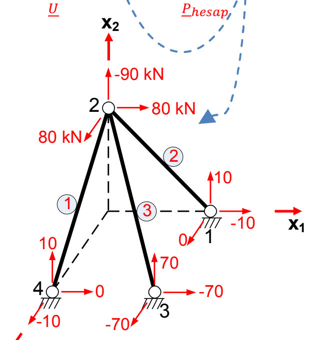
Gösterilmeyen terimler=0

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \underbrace{\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 1 & & & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & & \\ \hline & & & 151286 & -151286 & 53320 & & & & & & \\ & & & -151286 & 249252 & -151286 & & & & & & \\ & & & 53320 & -151286 & 151286 & & & & & & \\ \hline & & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & & 1 & & & \\ \hline & & & & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & & & 1 \end{array}\right]}_{\underline{K}} \end{array} \underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ U_9 \\ U_{10} \\ U_{11} \\ U_{12} \end{bmatrix}}_{\underline{U}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 80000 \\ -90000 \\ 80000 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right]}_{\underline{P}} \xrightarrow{\text{GAUSS}} \underline{U} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 1.2108 \\ 1.1087 \\ 1.2108 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right] \text{mm}$$

Denge kontrolü ve reaksiyonlar:

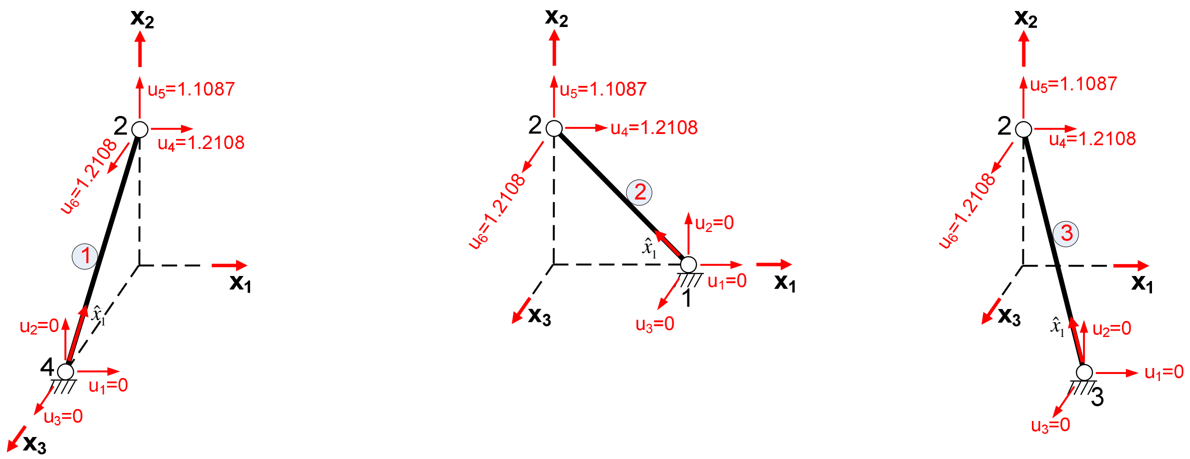
Gösterilmeyen terimler=0

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \underbrace{\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 97966 & -97966 & & -97966 & 97966 & & & & & & & \\ -97966 & 97966 & & 97966 & -97966 & & & & & & & \\ & & 0 & & & & & & & & & \\ \hline -97966 & 97966 & & 151286 & -151286 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & & & \\ 97966 & -97966 & & -151286 & 249252 & -151286 & 53320 & -53320 & 53320 & & -97966 & 97966 \\ & & & 53320 & -151286 & 151286 & -53320 & 53320 & -53320 & & 97966 & -97966 \\ \hline & & & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & & & \\ & & & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & & & \\ & & & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & -53320 & 53320 & & & \\ \hline & & & & & & & & & 0 & & \\ & & & & -97966 & 97966 & & & & & 97966 & -97966 \\ & & & & 97966 & -97966 & & & & & -97966 & 97966 \end{array}\right]}_{\underline{K}_0} \end{array} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.2108 \\ 1.1008 \\ 1.2108 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{U}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} -10002 \\ 10002 \\ 0 \\ \hline 80006 \\ -90009 \\ 80006 \\ \hline -70004 \\ 70004 \\ -70004 \\ \hline 0 \\ 10002 \\ -10002 \end{array}\right]}_{\underline{P}_{hesap}} \begin{array}{c} 1 \text{ Reaksiyon} \\ 2 \text{ Newton} \\ 3 \text{ Reaksiyon} \\ 4 \text{ Reaksiyon} \end{array}$$



Reaksiyonlar

Elemanların genel yer değiştirmeleri:



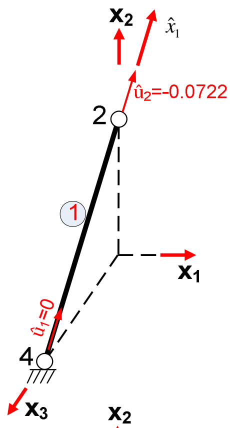
$$\underline{u}^1=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\\u_5\\u_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1.2108\\1.1087\\1.2108\end{bmatrix}\text{mm}\qquad \underline{u}^2=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\\u_5\\u_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1.2108\\1.1087\\1.2108\end{bmatrix}\text{mm}\qquad \underline{u}^3=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\\u_5\\u_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1.2108\\1.1087\\1.2108\end{bmatrix}\text{mm}$$

Elemanların yerel yer değiştirmeleri: $\underline{\hat{u}}^i=\underline{T}^i\underline{u}^i$

Bak: 4.4

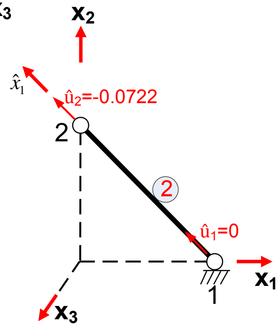
1.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{u}_1\\\hat{u}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^1}=\underbrace{\begin{bmatrix}0&0.7071&-0.7071&0&0&0\\0&0&0&0&0.7071&-0.7071\end{bmatrix}}_{\underline{T}^1}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1.2108\\1.1087\\1.2108\end{bmatrix}}_{\underline{u}^1}=\underbrace{\begin{bmatrix}0\\-0.0722\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^1}\text{mm}$$



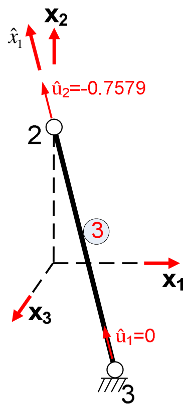
2.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{u}_1\\\hat{u}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^2}=\underbrace{\begin{bmatrix}-0.7071&0.7071&0&0&0&0\\0&0&0&-0.7071&0.7071&0\end{bmatrix}}_{\underline{T}^2}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1.2108\\1.1087\\1.2108\end{bmatrix}}_{\underline{u}^2}=\underbrace{\begin{bmatrix}0\\-0.0722\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^2}\text{mm}$$



3.Elemanda:

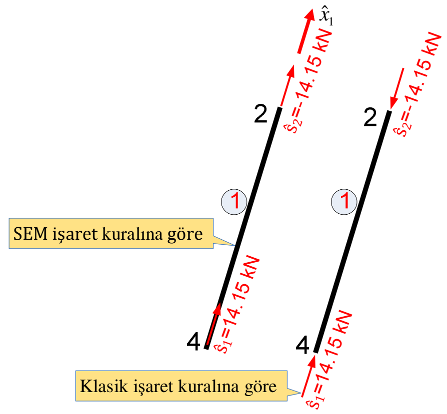
$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{u}_1\\\hat{u}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^3}=\underbrace{\begin{bmatrix}-0.5773&0.5773&-0.5773&0&0&0\\0&0&0&-0.5773&0.5773&-0.5773\end{bmatrix}}_{\underline{T}^3}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1.2108\\1.1087\\1.2108\end{bmatrix}}_{\underline{u}^3}=\underbrace{\begin{bmatrix}0\\-0.7579\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^3}\text{mm}$$



Eleman yerel kuvvetleri: $\hat{\underline{k}}^i\,\hat{\underline{u}}^i = \hat{\underline{s}}^i$ Bak: 5.14 ve 5.14a

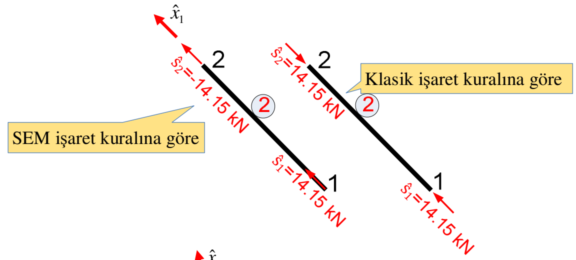
1.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{s}}^1} = \underbrace{195932.7\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{k}}^1}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -0.0722\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^1} = \underbrace{\begin{bmatrix}14146\\ -14146\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{s}}^1}\ \text{Newton}$$



2.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{s}}^2} = \underbrace{195932.7\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{k}}^2}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -0.0722\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^2} = \underbrace{\begin{bmatrix}14146\\ -14146\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{s}}^2}\ \text{Newton}$$



3.Elemanda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\hat{s}_1\\ \hat{s}_2\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{s}}^3} = \underbrace{159975.4\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{k}}^3}\underbrace{\begin{bmatrix}0\\ -0.7579\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{u}}^3} = \underbrace{\begin{bmatrix}121245\\ -121245\end{bmatrix}}_{\hat{\underline{s}}^3}\ \text{Newton}$$