



1. Giriş, amaç

Sonlu elemanlar metodu(SEM)¹ yapıların statik-dinamik analizini profesyonel yazılımlar ile, dolayısıyla bilgisayarda, sayısal olarak yapar. Mezun olan ve yapı tasarımı(proje) yapacak her mühendisin kullanmak zorunda olduğu analiz yazılımlarının tamamı SEM ile çözüm üretir. Ne var ki, inşaat mühendisliği bölümlerinin çoğunda SEM lisansüstü dersi olarak anlatılmakta, lisans programında yer almamaktadır. Çoğu genç mühendis, SEM hakkında hiç bir bilgisi olmaksızın, SEM ile çözüm üreten profesyonel yazılımları kullanmak zorunda kalmaktadır. Sonuç olarak, "deneme-yanılma" yoluyla kaçınılmaz hatalı projeler üretilmektedir. Hatayı en aza indirmenin yolu; yazılımın kullandığı teorinin temel ilkeleri, yazılımın özellikleri ve çözülmesi istenen problemin en uygun modeli hakkında asgari bilgi sahibi olmaktır. Bunlara deneyimi ve yaratıcılığı da eklemek, yazılımın bilgi ve deneyimin yerini alamayacağını unutmamak gerekir.

Amaç: Bu ders notunun amacı, inşaat mühendisliği öğrencilerine SEMin temel ilkelerini kavratmak, SEM ile çalışan yazılımların olabildiğince bilinçli kullanılabilmesi için temel bilgileri kazandırmaktır. Konu elden geldiğince basitleştirilmeye çalışılmıştır. Kavranabilmesi için; mukavemet, yapı statiği, sayısal analiz, matris işlemleri gibi bilgilerin hatırlanması, yeri geldiğinde tekrar gözden geçirilmesi gerekecektir.

SEMi öğrenerek el hesapları yapmak, ya da profesyonel yazılım hazırlamak amaçlanmamaktadır. SEM sayısal bir yöntemdir, ağır hesap yükü vardır, el hesapları için uygun değildir. Profesyonel yazılım hazırlamak için güçlü bir ekip, 40-50 yıl zaman ve büyük maddi kaynak gerekir, tek kişinin ömrü yetmez. Ancak, araştırma amaçlı küçük-özel programlar hazırlanabilir.

Metodun öncüleri: Hiçbir buluş tek kişiye ait değildir. Öncülerin de mutlaka öncüleri vardır. Bir yerden başlamak gerekirse; SEMin matematiksel temeli Lord **Rayleigh**(1842-1919)-İngiliz, Boris Grigorievich **Galerkin**(1871-1945)-Rus, Walther **Ritz**(1878-1909)-Alman, Richard **Courant**(1888-1972)-Alman, Alexander **Hrennikoff**(1896-1984)-Rus, tarafından atıldı. O dönemde bilgisayar yoktu.

1930-1945 li yıllarda ilk bilgisayarların ortaya çıkması, zamanla gelişmesi, devrim yaratan ve günümüz vazgeçilmez nümerik metodu olan Sonlu Elemanlar Metodunun 1960 lı yıllarda doğmasına neden oldu. Bu konudaki ilk yayın: "M. J. **Turner**, R. W. **Clough**, H. C. **Martin** and L. J. **Topp**, "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures," J. of Aero. Sci., 23 (9), Sept. 1956" dir. Finite Element Method(Sonlu Elemanlar Metodu) adının isim babası Ray W. **Clough**, 1920-)-Amerikalıdır. FEM=SEM adının geçtiği ilk yayın: "**Clough**, Ray W.: The finite element method in plane stress analysis. Proceedings, 2nd Conference on Electronic Computation, A.S.C.E. Structural Division, Pittsburgh, Pennsylvania, 1960".dir. İlk Sonlu elemanlar kitabı: O. C. **Zienkiewicz**, The Finite Element Method, 1967 dir. SEM yolunda diğer adı anılması gerekenler: John **Argyris**(1913-2004)-Yunan, James Hardy **Wilkinson**(1919-1986)-İngiliz, Olgierd Cecil **Zienkiewicz**(1921-2009)-İngiliz, William **Prager**(1903-1980), Alman, **Edward L. Wilson** (1931)-Amerikalı, Klaus-Jürgen **Bathe**(1941)-Alman.

İnşaat mühendisliği yapı statiği dersinin bilgisayar öncesi vazgeçilmez nümerik metotları: Cross metodu: Hardy **Cross**(1885-1959)-Amerikalı, Kani Metodu: Gaspar **Kani**(1910-1968)-Sırp.

SEM nerede kullanılır? SEM; yapı statiği derslerindeki Cross, Kani, açı, kuvvet metodu gibi iç kuvvet ve şekil-yer değiştirme hesaplayan yöntemlerin yerini alır; levha, kabuk ve bunların birleşiminden oluşan karmaşık sistemlerde iç kuvvet ve gerilme hesaplar. Sistem keyfi geometri, keyfi yüklü, keyfi malzemeli ve keyfi mesnetli olabilir. Sistem; yerine göre düzlem veya uzay çözülebilir. SEMin neredeyse çözemeyeceği sistem yoktur. Sınır, sadece kullanılan yazılıma ve kullanıcının bilgi düzeyine bağlıdır. 30 yıl önce yazılımlar basit idi, fakat derin SEM bilgisi gerekirdi. İş yükü de çok ağır idi. Günümüzde ise yazılımlar daha karmaşık olmakla birlikte, hemen her şeyi otomatik yapabilmektedirler. Bu nedenle az-öz bilgi yeterli olmakta, ancak uzun süreli(birkaç yıl) deneyim gerekmektedir. SEM hata kaynakları aşağı-yukarı şöyle sıralanabilir:

Yazılımı yeterince tanımama %10

Yanlış modelleme %40

Yük ve mesnet koşullarının yanlış uygulanması , sonuçların yanlış yorumlanması %50.

O halde, hataların %90 ı metodu bilmeyenlerin yazılım kullanılmasından kaynaklanmaktadır. "**Although the finite element method can make a good engineer better, it can make a poor engineer more dangerous.**"²

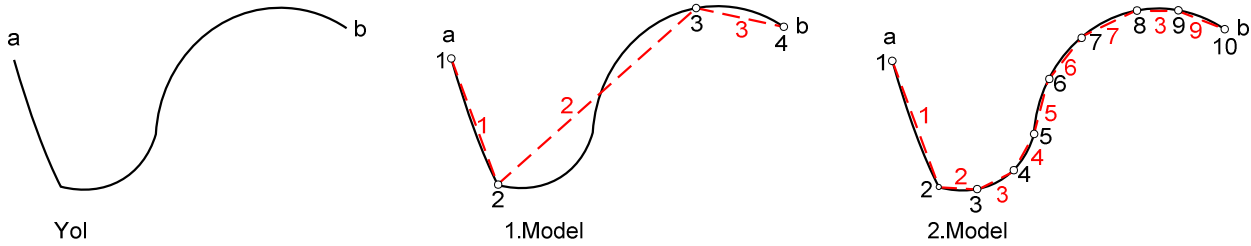
SEM, daha iyisi bulunana dek, en iyi çözüm metodudur. Kullanıldığı alan da sınırlı değildir: Akışkanlar mekaniği, zemin mekaniği, tıp, makine mühendisliği, elektro-manyetik, benzetim, ... gibi alanlarda kullanılmaktadır.

¹ Sonlu Elemanlar Yöntemi(SEY) veya Sonlu Elemanlar Analizi(SEA) de denilmektedir.

² Cook, R. D., Malkus, D. S., and Plesha, M. E., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, Third Edition, John Wiley & Sons, New York, 1989

SEMin özü nedir? "Ne denli karmaşık olursa olsun, sistemi klasik mekanikte çözümü bilinen sonlu sayıda elemana böl ve çöz" den ibarettir. Örneğin bir uzay çerçevenin çubukları(kiriş ve kolonları) iki ucu ankastre olan elemanlar olarak modellenir. İki ucu ankastre çubuğun bağıntıları mukavemet-statik derslerinden zaten bilinmektedir. Bir başka örnek: Baraj gövdesi küp elemanlara bölünür. Küp elemanın üç eksenli gerilme-şekil değiştirme bağıntıları mukavemet dersinden bilinmektedir. Önemli olan çözümü bilinen elemanların tüm sistemin çözümünü verecek şekilde tekrar nasıl birleştirileceğidir. Bu da elemanların sadece düğüm noktalarında birbirine bağlı olduğu, bu noktalardaki yer değiştirmelerin birbirine eşit olması gerektiği koşulu ile yapılmaktadır.

Sistemin sonlu sayıda elemana bölünmesine "Sistemin modellenmesi" denilmektedir. Modellemeyi anlamak için aşağıdaki basit örneği verelim: a-b noktaları arasındaki bir yol olsun ve bu yolun uzunluğunun hesabı istensin. Bilindiği gibi, a ve b noktasının koordinatları ve eğrinin fonksiyonu verilmişse uzunluğunu integral alarak bulabiliriz. Yolun fonksiyonu bilinmiyorsa, ya da biliniyor fakat integrali yok veya alınması çok karmaşıksa yolu 1. veya 2.model gibi modelleyebiliriz. Oluşan doğru parçalarını ölçer ve toplarsak yolun uzunluğunu buluruz.



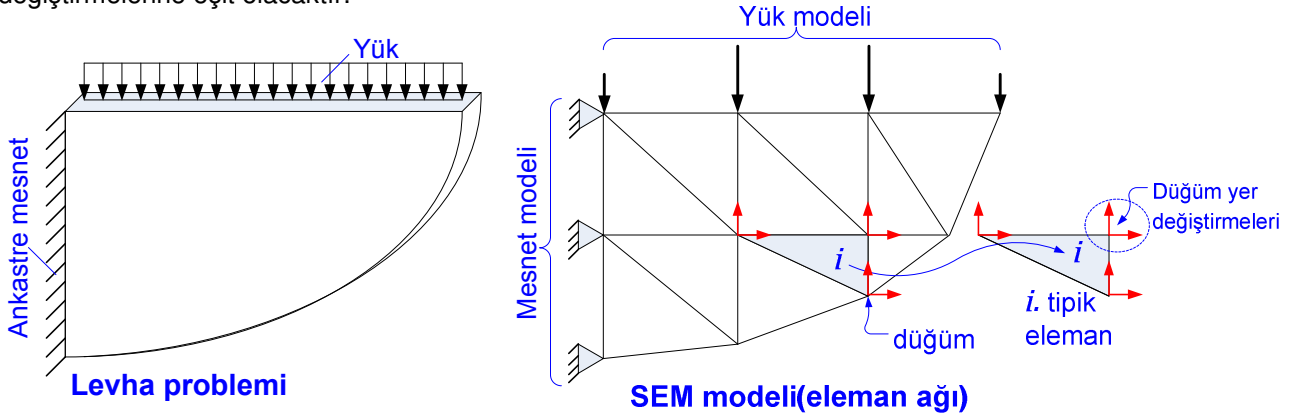
Yorum:

- 1.modelde az, 2. modelde çok eleman(doğru parçası) vardır.
- Hesap yükü 1.modelde az, 2.modelde fazladır.
- Her iki modelde de bulunan sonuç gerçek yol uzunluğu değildir, sonuç yaklaşıktır.
- 2.model daha doğru sonuç verir.
- Eleman sayısı arttıkça sonuç gerçek sonuca yaklaşır.

Yolun uzunluğu bir skaler(=sabit bir sayı) olduğu için koordinat sisteminden bağımsızdır. Yani koordinat sistemi nerde-nasıl olursa olsun uzunluk sabittir. Bu nedenle elemanların(doğru parçalarının) uzunlukları toplamı yolun uzunluğunu verir, ancak sonuç yaklaşıktır.

SEM de tamamen bu örneğe benzer şekilde çalışmaktadır. Sistemin koordinat sisteminden bağımsız ve sabit bir sayısı (Toplam potansiyel=İç kuvvetlerin işi-Dış kuvvetlerin işi) vardır. Sistem(çubuk, üçgen, dörtgen, küp, ... gibi elemanlara bölünür, elemanların toplam potansiyeli bulunur ve bunlar toplanarak sistemin toplam potansiyeli bulunur. Geometrinin, yüklerin ve sınır koşullarının modellenmesi sonucunda oluşan kayıplar sonucun yaklaşık olmasına neden olur.

Aşağıda et kalınlığı az, yüksek bir konsol kirişin(Levha) modeli(eleman ağı) örnek olarak verilmiştir. Bu levhanın analitik çözümü(gerilme ve şekil değiştirme dağılımı) yoktur. Tek yol SEM dir. Geometri üçgen elemanlar ile, yükler düğümlere etkiyen eşdeğer tekil yükler ile, ankastre mesnet ise noktalarda sabit mesnetler ile modellenmiştir. "**Elemanlar sadece düğüm noktalarında birbirine bağlıdır**" varsayılmaktadır. Bir düğümde birleşen elemanların o düğümdeki yer değiştirmeleri sistemin o noktasındaki yer değiştirmelerine eşit olacaktır.



Özetle, Sonlu Elemanlar Metodu şöyle tanımlanabilir: **Böl ve çöz metodudur. Daha iyisi bulunana dek kullanabileceğimiz en doğru, en genel metottur.**

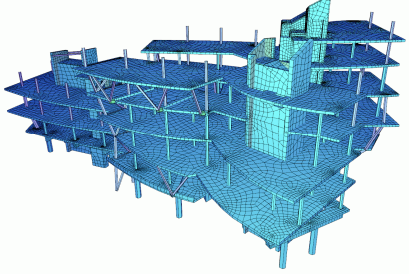
1.Giriş, amaç

2. bölüm mekanik-mukavemet ve elastisite teorisinin bir özetidir, bilinen bağıntıların matris notasyonunda yazılmış şeklidir. 3. bölüm SEMin temelini oluşturan toplam potansiyel kavramını ve RITZ metodunu ele almaktadır. SEM yer değiştirme metodu teorisi 4. bölüm ile başlamakta, 18. bölümde sona ermektedir.

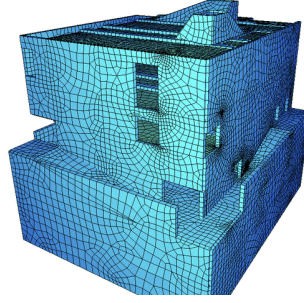
19. bölüm ve sonrası SEM kuvvet metodu teorisini içermektedir. Kuvvet metodu teorisi ile hazırlanmış SEM2015¹ adlı programla hesaplanmış çok sayıda sayısal örneğe yer verilmiştir.

Sonlu elemanlar uygulama alanları ve modelleme örnekleri:

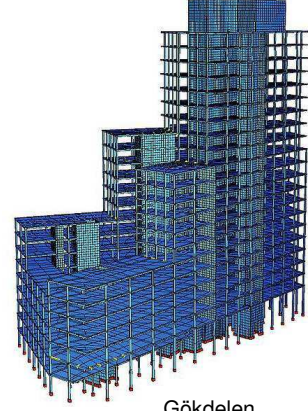
Aşağıdaki sistem modelleri SEMin uygulama alanının ne denli geniş olduğu hakkında fikir vermektedir.



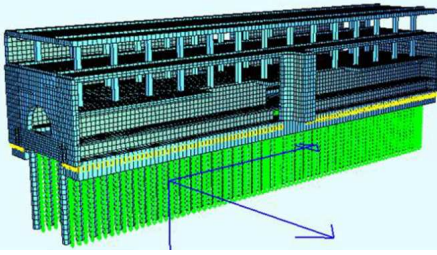
Perde-çerçevesel yapı



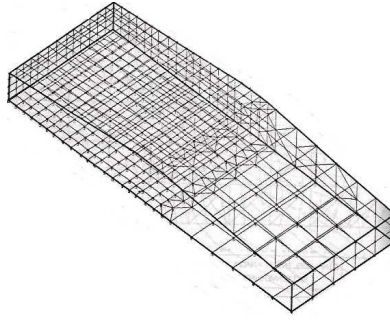
Salt perdeli yapı



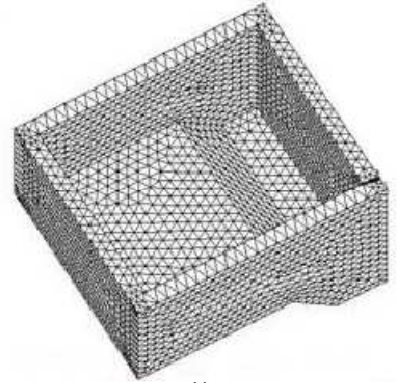
Gökdelen



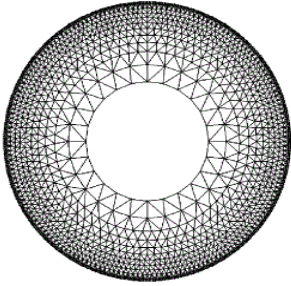
Metro istasyonu



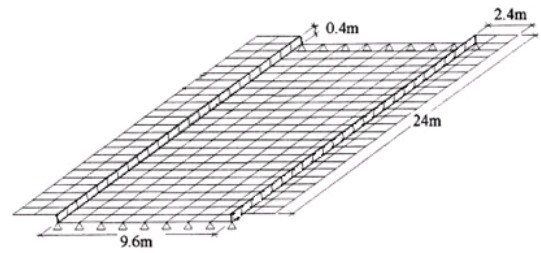
Su deposu



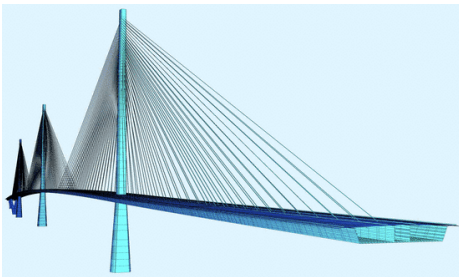
Havuz



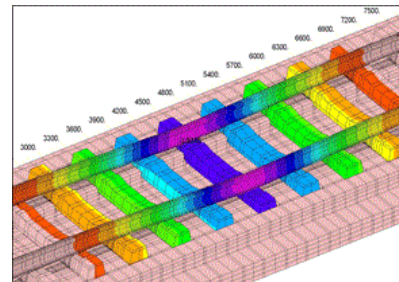
Dairesel boşluklu plak



Köprü plağı



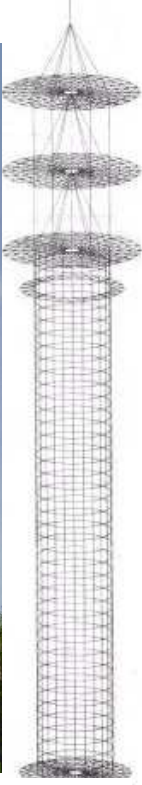
köprü



Demiryolu

¹ SEM2015: http://mmf2.ogu.edu.tr/atopcu/index_dosyalar/Yaz%C4%B1%C4%B1mlar.htm

1.Giriş, amaç



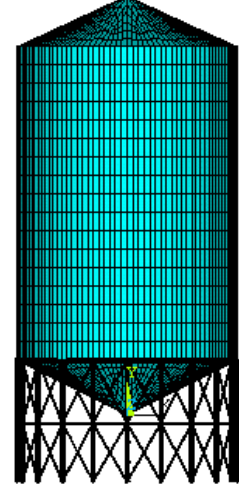
Haberleşme kulesi ve SEM modeli



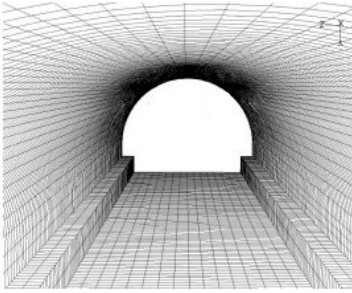
Minare



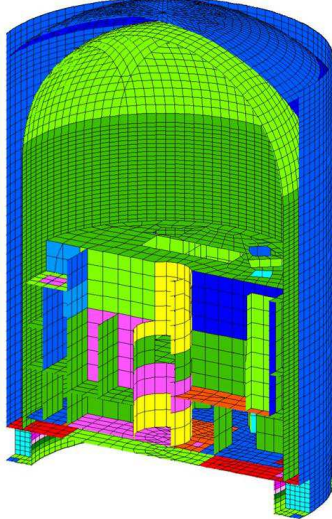
Sanayi bacası



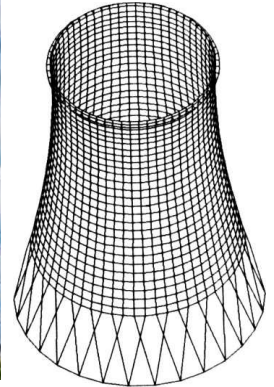
Silo



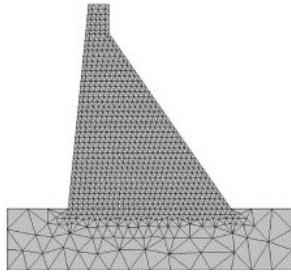
Tünel



Nükleer reaktör



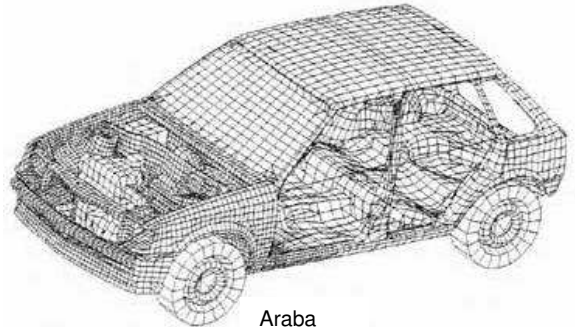
Soğutma kulesi



Baraj

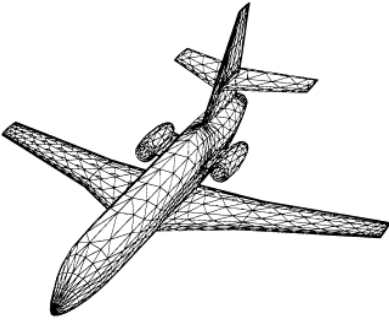


Sıvı-gaz tankı

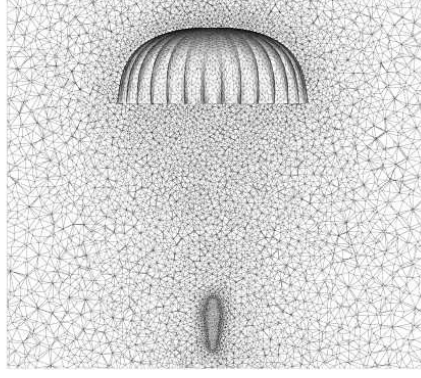


Araba

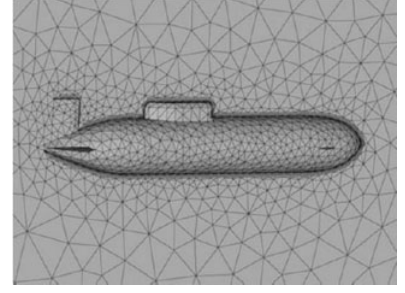
1.Giriş, amaç



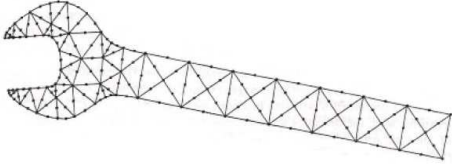
Uçak



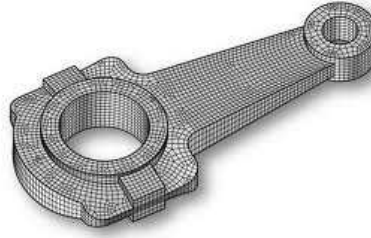
Paraşüt



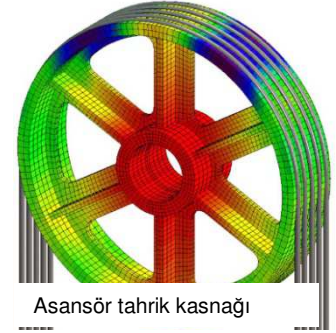
Denizaltı



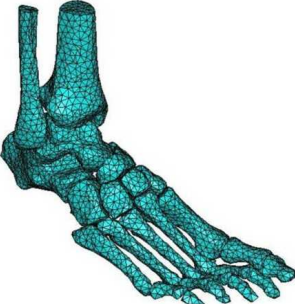
Anahtar



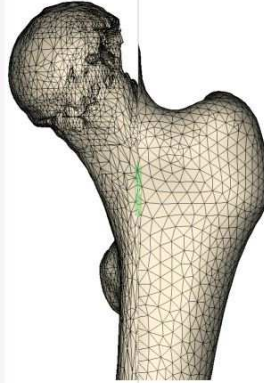
Piston kolu



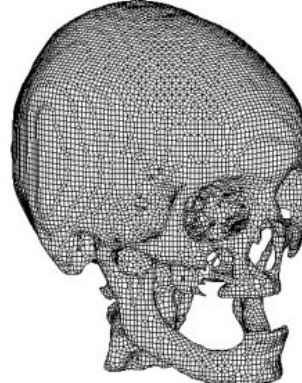
Asansör tahrik kasnağı



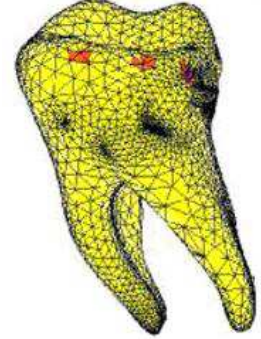
Ayak modeli



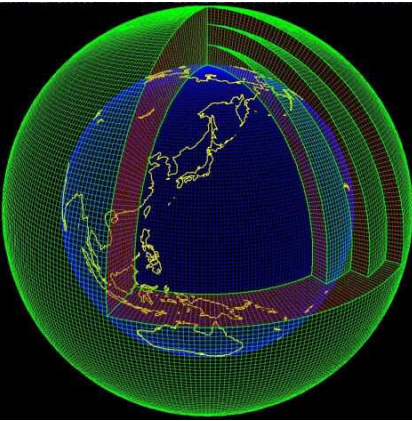
Kalça kemiği(femur)



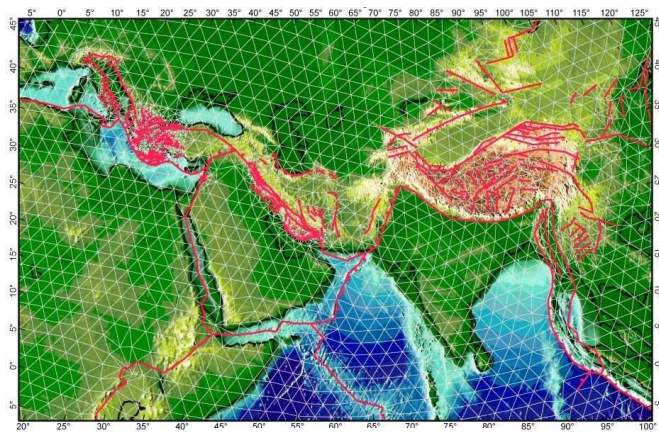
Kafatası modeli



Diş modeli

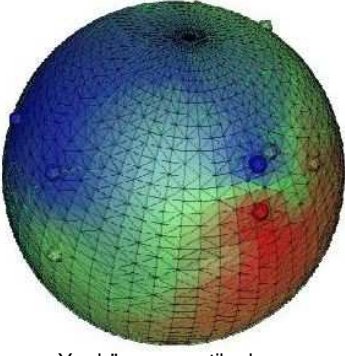


Meteoroloji

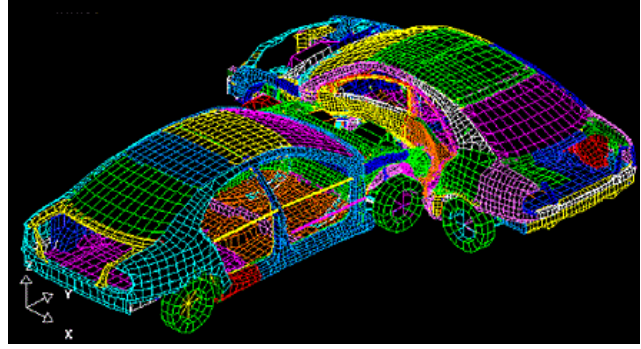


Yer küre fay hareketleri

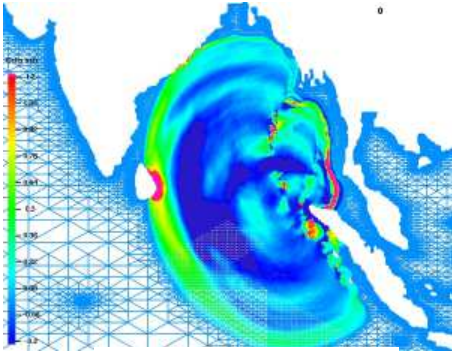
1.Giriş, amaç



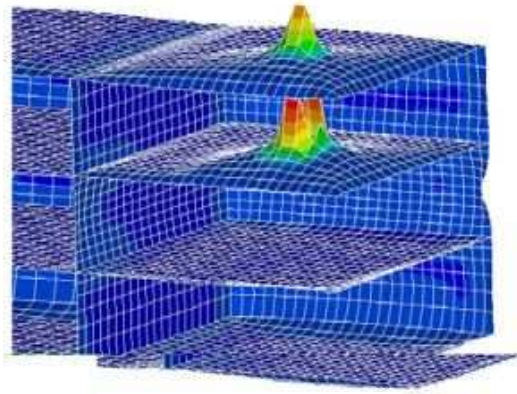
Yer küre manyetik alan



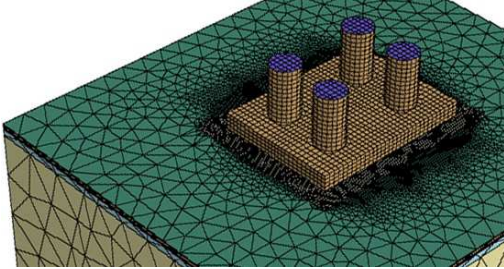
Benzetim(simülasyon): Araba çarpışma testi



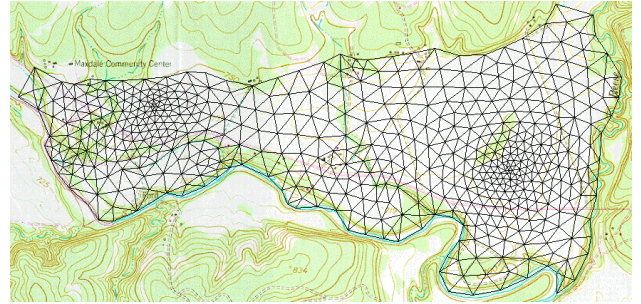
Benzetim: Tsunami



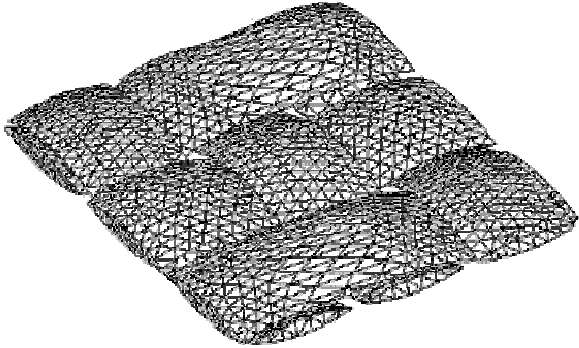
Benzetim: Bina içi patlama



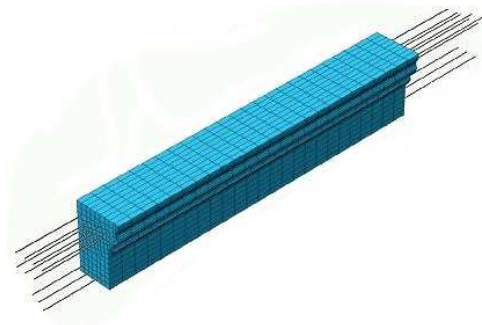
Açık deniz platformu



Yeraltı su havzası

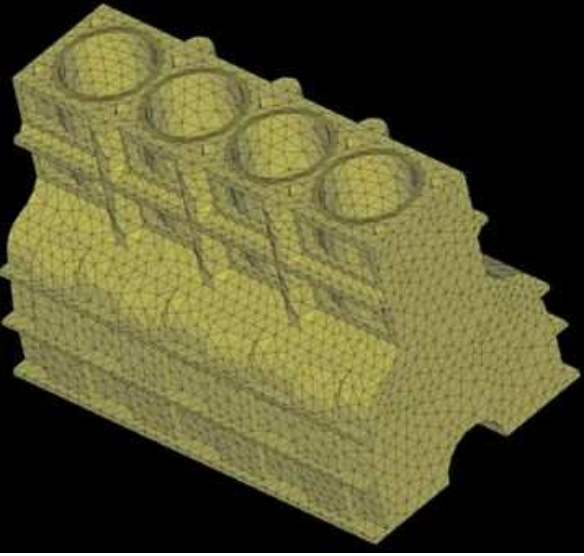


Tekstil

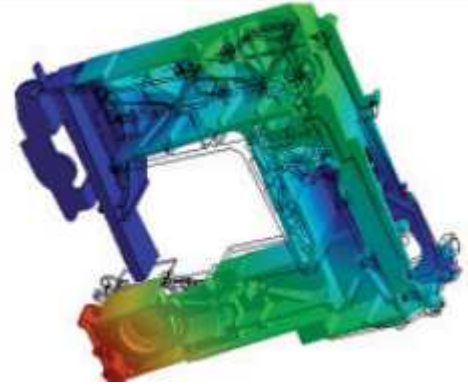


Betonarme (henüz yaygınlaşmamıştır)

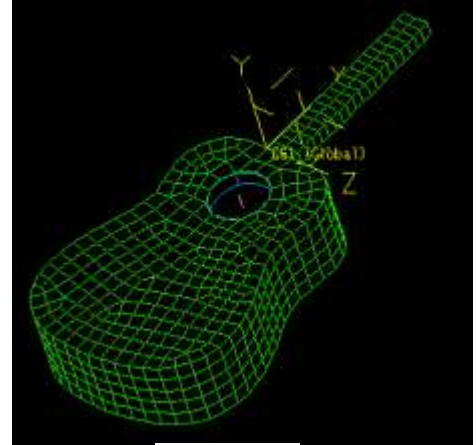
1.Giriş, amaç



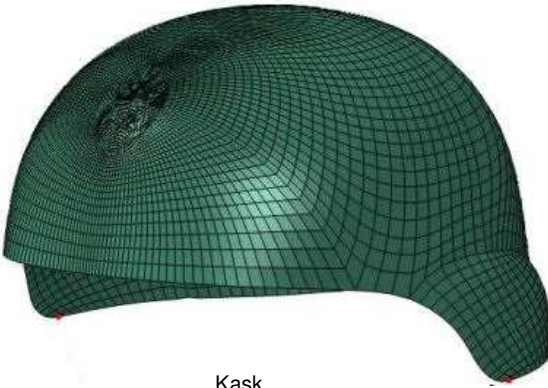
Motor gövdesi



Dikiş makinesi



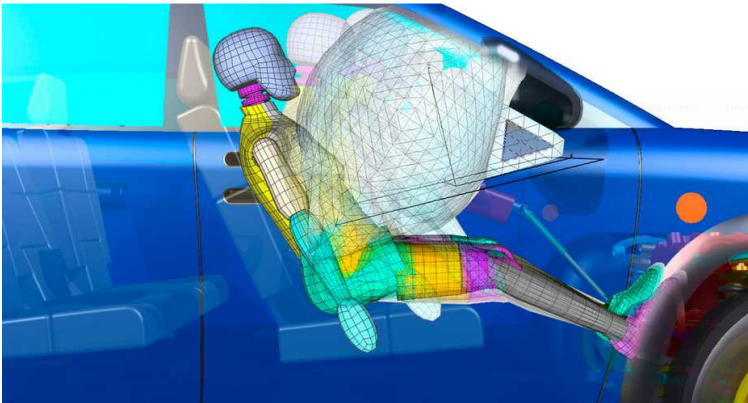
Gitar



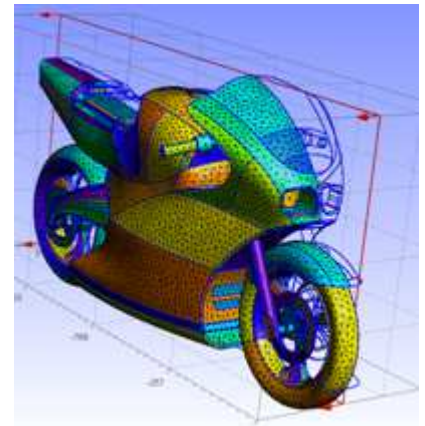
Kask



Futbol ayakkabısı

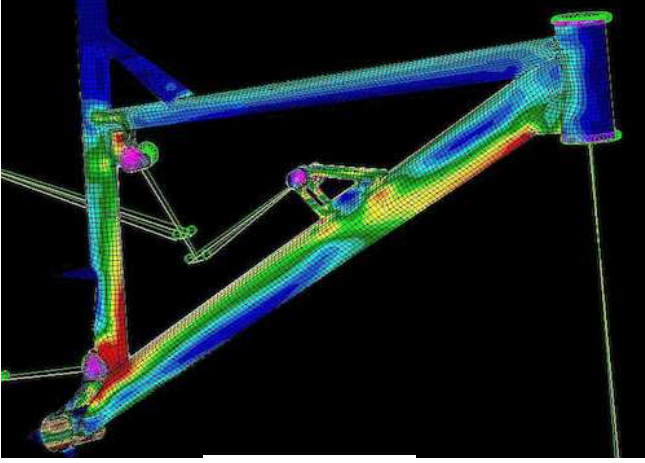


Simulasyon(Hava yastığı)

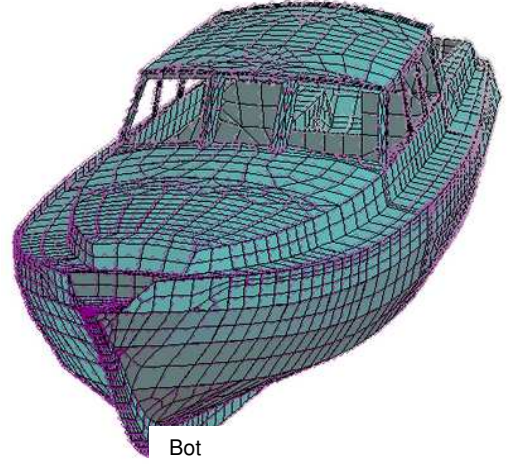


Motosiklet

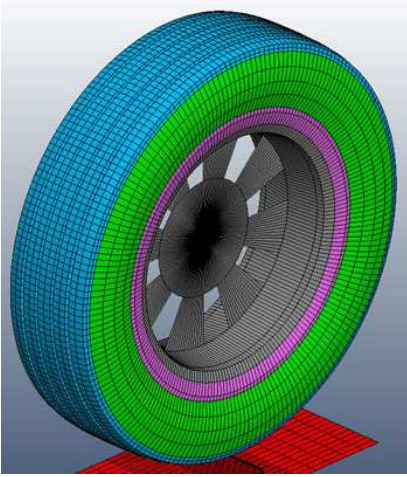
1.Giriş, amaç



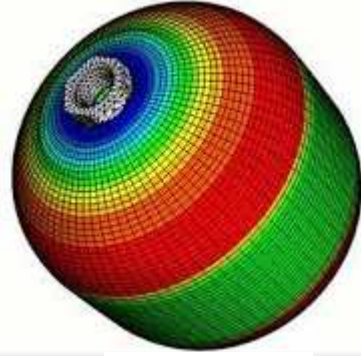
Bisiklet kasası



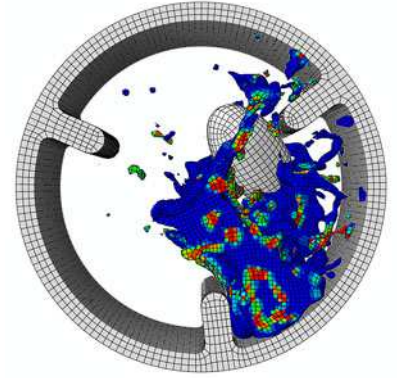
Bot



Lastik-Jant



Basınçlı tüp



Çamaşır makinesi kazanı