



ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ

Mühendislik Mimarlık Fakültesi

İnşaat Mühendisliği Bölümü

E-Posta: ogu.ahmet.topcu@gmail.com

Web: <http://mmf2.ogu.edu.tr/atopcu>

Bilgisayar Destekli Nümerik Analiz

Ders notları 2014

Ahmet TOPÇU

```
C:\Basic\QBASIC.EXE
File Edit View Search Run Debug Calls Utility Options Help
CHOLFULL.BAS:CholeskyFull
DEFINT I-N
DEFDBL A-H, O-Z
SUB CholeskyFull (n, a(), b(), iHata)
'-----
' Doğrusal denklem sistemi çözümü (CHOLESKYFULL)
' Dr. Ahmet TOPÇU, Osmangazi Üniversitesi, ESKİŞEHİR, 1993
' A(n,n)*x(n)=b(n) denklem sisteminin x(n) vektörü hesaplanır.
' A katsayılar matrisi simetrik ve pozitif tanımlı olmalıdır.
' A nın sadece üst üçgen matrisinin satırları sıra ile
' a(1)=a11,a(2)=a12,...,a(n)=a1n
' a(n+1)=a22,a(n+3)=a23,...
' .....
' a(n*(n+1)/2)=ann
' şeklinde depolanmış olmalıdır.
' b matrisi b(1)=b1,b(2)=b2,...b(n)=bn şeklinde depolanmış olmalıdır.
' çözüm sonrası x(n) matrisi b(n) matrisinde depolanır.
' iHata=0 dönerse çözüm bulunmuştur, iHata sıfırdan farklı ise A tekildir
' veya pozitif tanımlı değildir, çözüm bulunamamıştır. Bu durumda
' iHata çözümün kesdiği denklem numarasını verir.
'-----
iHata = 0
iStart = 1: ' a matrisinin a vektöründe start adresi
' Machep
Eps = 1
DO
Eps = Eps / 2
s = 1 + Eps
LOOP UNTIL s <= 1
Eps = 2 * Eps
' norm
iAdr = iStart
zero = 0
FOR i = 1 TO n
IF ABS(a(iAdr)) >= zero THEN zero = ABS(a(iAdr))
iAdr = iAdr + n - (i - 1)
NEXT i
zero = zero * Eps
' Çarpanlara ayır
iAdr = iStart
FOR i = 1 TO n
j1 = i - 1
```

14

PROGRAMLAR: CholeskyFull

14. PROGRAMLAR: Doğrusal denklem sistemi çözümü-CholeskyFull¹

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & & \cdot & & & \\ \text{Sim.} & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \\ \\ b_n \end{bmatrix}$$

$\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$ bağıntısında \underline{A} ve \underline{b} verildiğinde \underline{x} bilinmeyenler vektörü hesaplanır. \underline{A} tam dolu(full), simetrik ve pozitif tanımlı matristir. CholeskyFull alt programı \underline{A} ve \underline{b} yi parametre olarak alır, \underline{x} çözümünü bulur.

\underline{A} nın üst üçgeninin satırları CholeskyFull alt programını çağıran programda tek boyutlu \underline{A} matrisinde depolanmış olmalıdır:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & & \cdot & & & \\ \text{Sim.} & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \rightarrow \underline{A} \rightarrow [a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n} \ | \ a_{22} \ a_{23} \ \dots \ a_{2n} \ | \ \dots \ | \ a_{nn}]$$

A nın boyutu $(n \cdot n - n) / 2 + n$ dir. b matrisi de tek boyutlu b matrisinde depolanmış olmalıdır:

$$\underline{b} \rightarrow [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]$$

Hesaplanan \underline{x} çözümü \underline{b} vektöründe depolanır. Bu nedenle \underline{x} matrisi için programda boyut açılmamıştır. Hesap sonrası \underline{A} ve \underline{b} nin ilk değerleri kaybolur. $\underline{A} = \underline{U}^T \underline{U}$ çarpanlarından \underline{U} üst üçgeni A matrisinde depolanır.

\underline{A} pozitif tanımlı değilse çözüm bulunamaz. iHata değişkeni çözümün bulunup bulunmadığını belirtir. iHata=0 ise çözüm bulunmuştur, iHata≠0 ise çözüm bulunamamış, yarıda kesilmiştir. Bu durumda iHata çözümün kesildiği denklem numarasını verir.

Örnek:

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{b} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ & 5 & 4 & 4 & 4 \\ & & 6 & 2 & 2 \\ \text{Sim} & & & 9.5 & 2 \\ & & & & 32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{x} = ?$$

CholeskyFull sonucu

```
Microsoft QuickBASIC
Denklem sisteminin çözümü (CholeskyFull):
-5 8 4 -7 -4
```

Çözüm:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 4 \\ -7 \\ -4 \end{bmatrix}$$

¹ Teori ve sayısal örnekler için bak: bölüm 6

