

Çekme donatısına sahip betonarme bir kiriş, göçme durumuna gelinceye kadar yavaş yavaş yüklenirse davranış açısından üç farklı aşama belirir.

### 1) Çatlama öncesi

Betonun çatlamasına sebep olan eğilmedeki çekme gerilmelerine çatlama modülü adı verilir. Yükün küçük değerlerinde çekme gerilmesi çatlama modülünden küçük olduğundan kesitin tamamı eğilmeye karşı koyar. Kesitin üst tarafında basma, alt tarafında çekme söz konusudur. Yandaki şekilde bu aşamadaki deformasyon ve gerilme durumu gösterilmiştir.

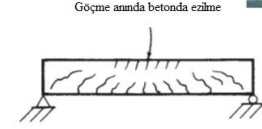
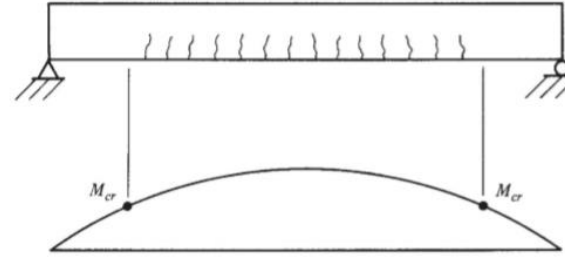
### 2) Çatlama sonrası Elastik gerilme aşaması

Yükün artmasıyla çatlama modülü aşıldıktan sonra kirişin alt tarafında çatlaklar oluşur. Kirişin çekme bölgesinde çatlak oluşumuna yol açan moment değerine çatlama momenti ( $M_{cr}$ ) adı verilir. Yük arttırdıkça çatlaklar tarafsız eksene doğru hızla tırmanır. Momentin çatlama momentinden büyük olduğu bölge çatlamış durumdadır. Bu durumda çekme bölgesindeki gerilmelerin çelik donatı tarafından taşınması gerekir. Bu durum, üst yüzdeki gerilmeler beton basma gerilmesinin yarısına ve donatı gerilmesi de akma gerilmesine ulaşmadıkça geçerlidir.

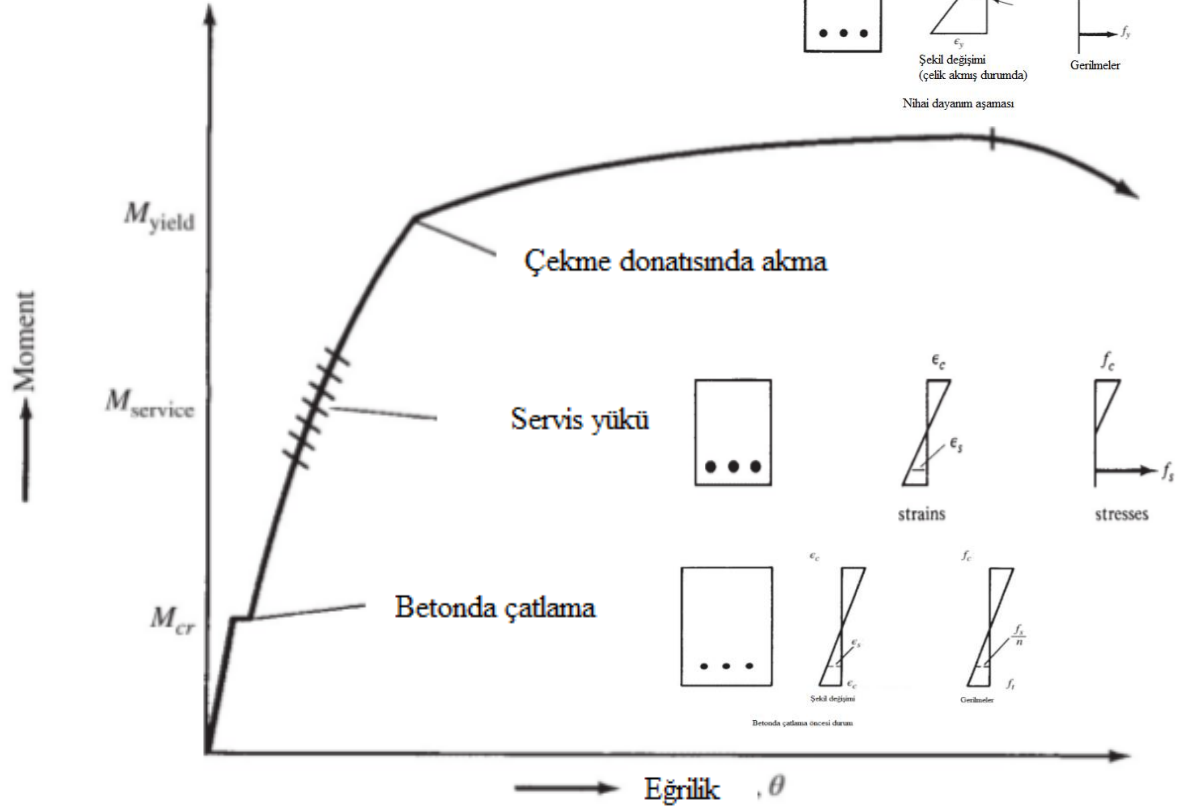
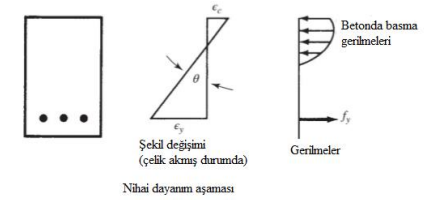
Servis yükleri altında, şekil değişimi ile tarafsız eksenin üstündeki beton gerilmesi doğrusal değişir. Genellikle günlük kullanım yükleri altında beton gerilmesi  $0.5f_c$  değerini aşmaz. Bu aşamada beton ve çelik gerilmelerinin hesaplanmasında «alan dönüştürme» yöntemi kullanılır. Günlük kullanım yükleri altındaki momentler, çatlama momentinden epeyce büyüktür.

### 3) Kirişte göçme-Nihai dayanım aşaması

Betondaki basma gerilmeleri  $0.5f_c$  değerinin üzerine çıkacak şekilde yük arttırılırsa çatlaklar ve tarafsız eksen kesitin basma yüzüne doğru hareket ederken beton gerilmesi doğrusal yapıdan hızla uzaklaşır. Bu aşamada donatının akma bölgesine ulaştığını kabul ediyoruz. (Beton ezilmeden önce donatı akmış olmalıdır.) Kiriş davranışına ait bu üç aşamayı yandaki moment-eğrilik diyagramı üzerinde açıklayalım.



Göçme anında betonda ezilme



# Betonarme Kirişlerde Eğilme Analizi

Diyagramdaki ilk aşamada momentler,  $M_{cr}$  momentinden küçük olduğu için kesitin tamamı eğilmeye karşı direnmektedir. Bu bölgede şekil değişimleri çok küçük olup diyagram düşey ve doğruya çok yakındır. Moment, çatlama momentini aşınca diyagramın eğimde bir azalma meydana gelir. Bundan sonra donatı akma gerilmesine ulaşınca kadar diyagramın doğrusal yapısını koruduğu kabul edilebilir. Kirişin düşey doğrultuda yer değiştirebilmesi için yükün donatı akmadan önce epeyce artması gerekir. Donatı aktıktan sonra dönmelerin ve yer değiştirmelerin artması için küçük yük artışları yeterli olur. Diyagram eğimi artık oldukça yatık hale gelmiştir.

## Çatlama Momenti

Donatı alanı, kirişin en kesit alanı yanında çok küçük olduğundan beton çatlamadıkça kiriş özelliklerine olan etkisi ihmal edilir. Böyle durumlarda gerilmeler hesaplanırken tüm kesit alanı kullanılır. Tarafsız eksenden  $y$  uzaklığında bulunan bir noktadaki beton gerilmesi mukavemet derslerinden hatırlanacak olursa,

$$\sigma = \frac{My}{I_t}$$

bağıntısı ile hesaplanır.

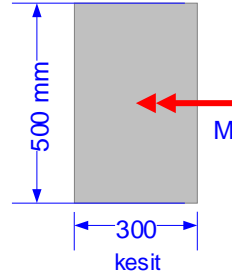
ACI yönetmeliğinde çatlama modülü aşağıdaki gibi verilir.

$$f_r = 0.7\sqrt{f_{ck}}$$

Çatlama momenti

$$M_{cr} = \frac{f_r I_t}{y_t}$$

Burada  $y_t$  çekme bölgesindeki en uzak lifin tarafsız eksenden uzaklığıdır.



$M=40$  kNm lik eğilme momenti etkisindeki dikdörtgen kesitli kirişin çatlamadığını kabul ederek eğilme gerilmelerini hesaplayınız. Malzeme: C30/37, Denetim: iyi. Kesitin çatlama momentini belirleyiniz.

Çözüm: 30 Mpa dayanıma sahip betonun çatlama modülü

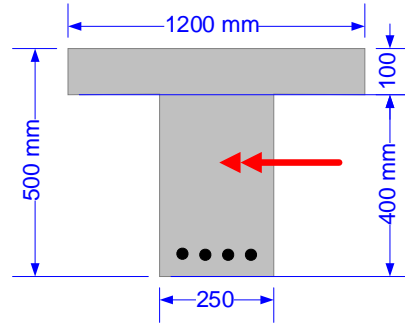
$$f_r = 0.7 \cdot \sqrt{30} = 3.83 \text{ N/mm}^2$$

$$I = \frac{300 \cdot 500^3}{12} = 3125 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad \sigma = \frac{My}{I_t} = \frac{40 \cdot 10^6}{3125 \cdot 10^6} 250 = 3.2 \text{ N/mm}^2$$

En alt yüzdeki çekme gerilmesi çatlama modülünden daha küçük olduğundan beton çatlamamıştır.

Çatlama momenti:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_t}{y} = \frac{3.83 \times 3125 \cdot 10^6}{250} = 47.93 \text{ kNm}$$



$M=50$  kNm'lik pozitif eğilme momenti etkisindeki tablalı kesite sahip kirişin çatlamadığını kabul ederek;

- Üst ve alt yüzdeki eğilme gerilmelerini hesaplayınız.
- Bu kirişin 7.30 m açıklığa sahip basit bir kiriş olması durumunda çatlamadan taşıyabileceği en büyük yayılı yük değeri ne olur.
- Kesit, ters çevrilse idi yayılı yük değeri ne olurdu?

Malzeme: C30/37, Denetim: iyi.

Çözüm: Kesitin üst yüzüne göre statik moment alınır ise alan merkezinin yeri, daha sonra alan merkezinden geçen tabana paralel eksene göre atalet momenti hesaplanabilir.

$$\bar{y} = \frac{1200 \cdot 100 \cdot 50 + 250 \cdot 400 \cdot 300}{1200 \cdot 100 + 250 \cdot 400} = 163.6 \text{ mm}$$

$$I_t = \frac{1200 \cdot 100^3}{12} + 1200 \cdot 100 \cdot 113.6^2 + \frac{250 \cdot 400^3}{12} + 250 \cdot 400 \cdot 136.4^2$$

$$I_t = 4842.4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Alt ve üst yüzdeki gerilme

$$\sigma_{alt\ yüz} = \frac{50 \cdot 10^6}{4842.4 \cdot 10^6} 336.4 = 3.47 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{üst\ yüz} = \frac{50 \cdot 10^6}{4842.4 \cdot 10^6} 163.6 = 1.69 \frac{N}{mm^2}$$

Çatlama modülü ve çatlama momenti

$$f_r = 0.7\sqrt{30} = 3.83$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_t}{y} = \frac{3.83 \times 4842.4 \cdot 10^6}{336.4} = 55.19 \text{ kNm}$$

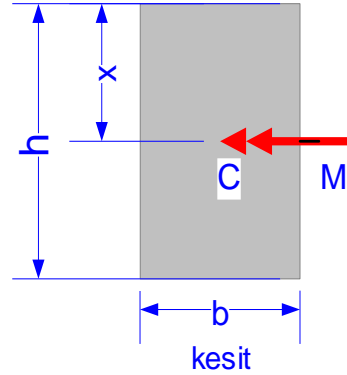
Basit kirişte bu momenti oluşturacak yayılı yük şiddeti

$$M = \frac{qL^2}{8} \quad q = \frac{8M}{L^2} = \frac{8 \cdot 55.19}{7.30^2} = 8.3 \text{ kN/m}$$

Kesit ters çevrilirse taşınabilecek yük:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_t}{y} = \frac{3.83 \times 4842.4 \cdot 10^6}{163.6} = 113.36 \text{ kNm}$$

$$q = \frac{8M}{L^2} = \frac{8 \cdot 113.36}{7.30^2} = 17 \text{ kN/m}$$



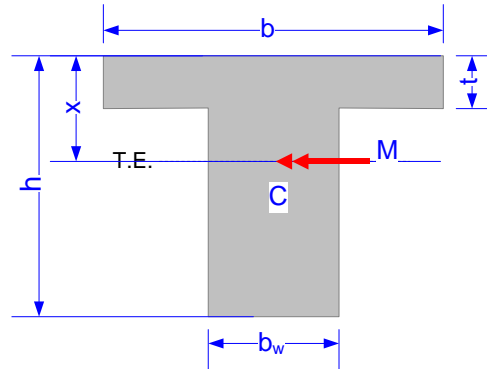
*Dikdörtgen Kiriş*

$$x = y_t = \frac{h}{2} \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

$$f_r = 0.7\sqrt{f_{ck}}$$

$$\sigma = \frac{M}{I} y = f_r$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I}{h/2}$$



*Tablalı Kiriş*

$$x = y_t = \frac{b_w h \cdot \frac{h}{2} + (b - b_w) t \cdot \frac{t}{2}}{b_w h + (b - b_w) t}$$

$$I = \frac{b x^3}{3} - \frac{(b - b_w)(x - t)^3}{3} + \frac{b_w (h - x)^3}{3}$$

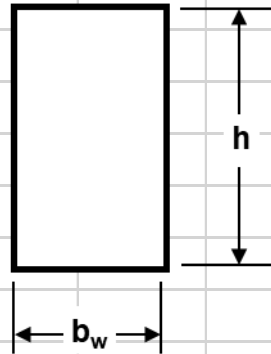
$$f_r = 0.7\sqrt{f_{ck}}$$

$$\sigma = \frac{M^+}{I} (h - x) = f_r \quad \sigma = \frac{M^-}{I} x = f_r$$

$$M_{cr}^+ = \frac{f_r I}{h - x}$$

$$M_{cr}^- = \frac{f_r I}{x}$$

# Çatlama momenti hesabı



*Dikdörtgen Kiriş*

$$f_r = 0.7\sqrt{f_{ck}}$$

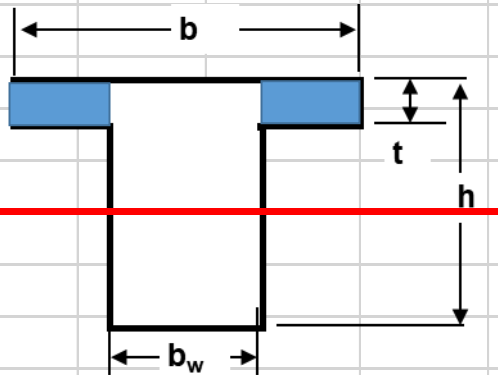
$$x = \frac{h}{2}$$

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$\sigma = \frac{M}{I} y = f_r \quad M_{cr} = \frac{f_r I}{h/2}$$

M =	42	KNm
f <sub>ck</sub> =	25	N/mm <sup>2</sup>
b =	300	mm
h =	500	mm
I =	3,125E+09	mm <sup>4</sup>
f <sub>r</sub> =	3,50	Mpa
σ =	3,36	N/mm <sup>2</sup>
M <sub>cr</sub> =	43,75	KNm

kesit çatlamamıştır



*Tablalı Kiriş*

$$x = y_t = \frac{b_w h \cdot \frac{h}{2} + (b - b_w) t \cdot \frac{t}{2}}{b_w h + (b - b_w) t}$$

$$I = \frac{b x^3}{3} - \frac{(b - b_w)(x - t)^3}{3} + \frac{b_w (h - x)^3}{3}$$

$$f_r = 0.7\sqrt{f_{ck}}$$

$$\sigma = \frac{M^+}{I} (h - x) = f_r \quad \sigma = \frac{M^-}{I} x = f_r$$

$$M_{cr}^+ = \frac{f_r I}{h - x} \quad M_{cr}^- = \frac{f_r I}{x}$$

M =	35	KNm
f <sub>ck</sub> =	25	N/mm <sup>2</sup>
b =	600	mm
h =	500	mm
b <sub>w</sub> =	200	mm
t =	100	mm
x =	192,86	mm
I =	3,260E+09	mm <sup>4</sup>
f <sub>r</sub> =	3,50	Mpa
+M <sub>cr</sub> =	37,14	KNm
-M <sub>cr</sub> =		KNm

çatlamamıştır

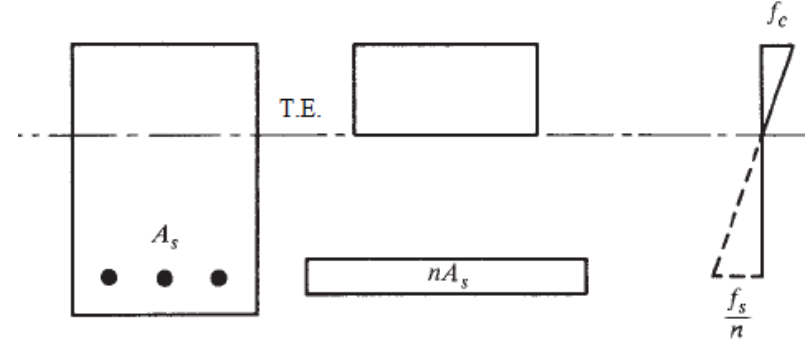
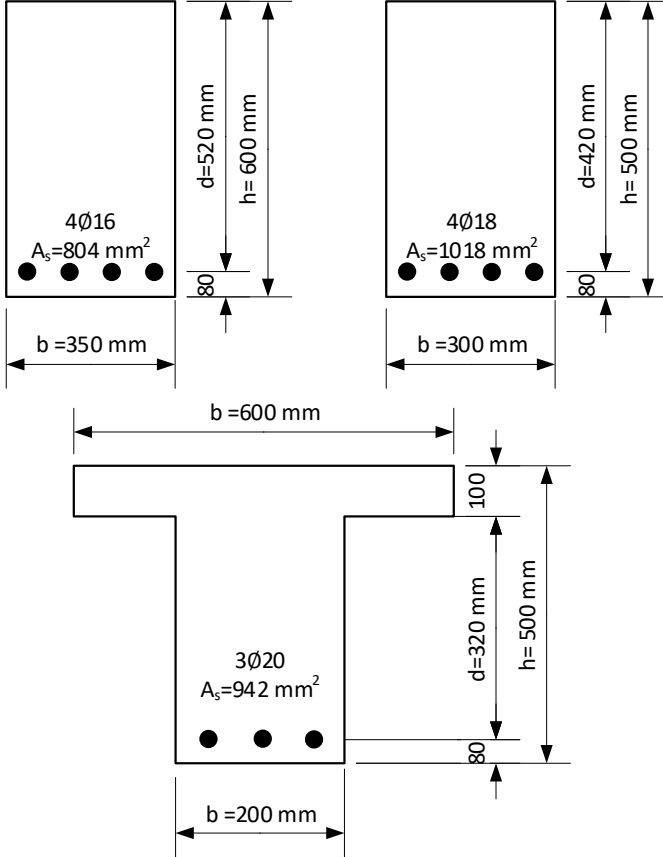
## Çatlama sonrası Elastik gerilme aşaması

Momentin artmasıyla çekme bölgesinde tarafsız eksenden en uzak lif gerilmesinin çatlama modülünü geçmesiyle beton çatlaklar. Eğilme hesaplarında bu bölgedeki betonun ihmal edilmesi gerekir. Çatlama momenti, günlük kullanım yükleri altında oluşan momente göre oldukça azdır. Günlük kullanım yükleri altında kirişin alt tarafında çatlakların oluşması kirişin göçeceği anlamına gelmez. Çekme bölgesindeki donatı, momentten oluşan çekme kuvvetinin tamamını taşır. Burada beton ile çelik donatı arasında tam kenetlenme sağlandığı kabulü yapılır. Tarafsız eksenden aynı uzaklıktaki beton ve donatıda aynı deformasyon vardır. Tarafsız eksenden aynı uzaklıktaki iki malzemede aynı birim uzama olmasına rağmen, malzemelerin elastisite modülleri farklı olduğundan aynı gerilme değeri oluşmayacaktır. Gerilmeler elastisite modülleriyle orantılıdır. Çelik elastisite modülünün beton elastisite modülüne oranına modül oran ( $n$ ) adı verilir.

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

Örneğin bir kirişte modül oran 10 ise çelik donatıdaki gerilme tarafsız eksenden aynı uzaklıktaki beton gerilmesinin 10 katı olacaktır. Bu ifade «1 mm<sup>2</sup> çelik donatının taşıyacağı kuvvet ile 10 mm<sup>2</sup> beton alanının taşıyacağı kuvvet birbirine eşittir» şeklinde de söylenebilir.

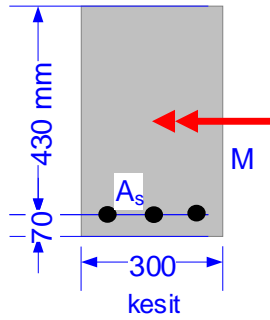
Aşağıda gösterilen kesitlerin çatlama momentini hesaplayınız. Malzeme: C25/30,  $E=25000$  N/mm<sup>2</sup>



Yukarıdaki şekildeki çelik donatı, çekme kuvveti taşıyacağı düşünülen eşdeğer sanal bir beton alanına dönüştürülmüştür. Bu alana dönüştürülmüş alan, kesite de eşdeğer homojen kesit adını vermekteyiz. Sonuç olarak hesaplamaya elastik homojen kesitlerdeki gibi devam edilir. Şekilde gerilme diyagramı da gösterilmektedir. Çekme bölgesindeki beton çatladığından kuvvet taşınamamakta gerilmelerde oluşan süreksizlik kesikli çizgilerle belirtilmektedir. Çelik donatının bulunduğu yerdeki sanal beton gerilmesi ( $f_s/n$ ) ile tanımlanmaktadır. Buradaki çelik gerilmesini hesaplamakta bu değer  $n$  ile çarpılmalıdır.

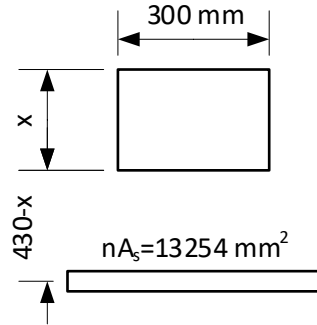
Bu noktadan sonra alan dönüştürme ile ilgili problemlerde  $x$ , basma yüzünden tarafsız eksen uzaklığını göstermektedir. Basma ve çekme bölgelerinin tarafsız eksene göre statik momentlerinin birbirine eşit olacağını ifade eden ikinci derece denklemin kökü hesaplanarak  $x$  belirlenir. Tarafsız eksene göre atalet momenti ve daha sonra da beton ve çelik gerilmeleri hesaplanır.

# Betonarme Kirişlerde Eğilme Analizi



$M = 82 \text{ kNm}$  lik eğilme momenti etkisindeki dikdörtgen kesitli kirişte alan dönüştürme yöntemi ile eğilme gerilmelerini hesaplayınız. Malzeme: C25/30, Denetim: iyi,  $n=9$ , Donatı  $3\phi 25$

Çözüm: Daha önce (C30/37 beton sınıfı) bu kesitin çatlama momenti  $47.93 \text{ kNm}$  olarak hesaplanmıştı. Dolayısıyla kesit çatlamıştır. Tarafsız eksene göre statik moment alınırsa



$$A_s = 3 \cdot \pi \cdot 25^2 / 4 = 1473 \text{ mm}^2, \quad nA_s = 13254 \text{ mm}^2$$

$$\frac{300 \cdot x^2}{2} = 13254 \cdot (430 - x)$$

$$x^2 + 88.4x - 37994 = 0 \Rightarrow x = 155.7 \text{ mm}$$

$$I = \frac{300 \cdot 155.7^3}{3} + 13254 \cdot 274.3^2 = 1374.7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

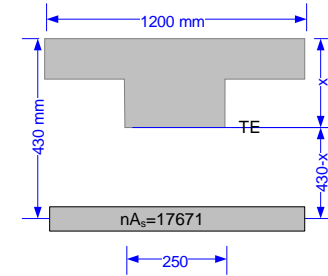
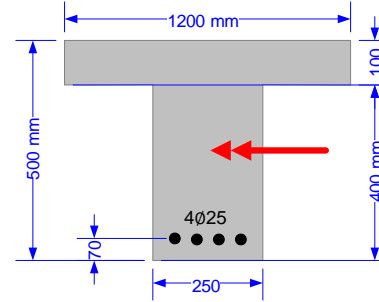
$$\sigma_c = \frac{My}{I_t} = \frac{82 \cdot 10^6}{1374.7 \cdot 10^6} 155.7 = 9.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = n \frac{My}{I_t} = 9 \frac{82 \cdot 10^6}{1374.7 \cdot 10^6} 274.3 = 147.3 \text{ N/mm}^2$$

$M = 240 \text{ kNm}$ 'lik pozitif eğilme momenti etkisindeki tablalı kesite sahip kirişte beton ve çelik donatıdaki eğilme gerilmelerini hesaplayınız.

Malzeme: C30/37,  $n=9$ , Denetim: iyi. Donatı:  $4\phi 25$   $A_s = 1963 \text{ mm}^2$

Çözüm: Daha önce bu kesitin çatlama momenti  $55.19 \text{ kNm}$  olarak hesaplanmıştı. Dolayısı ile kesit çatlamıştır. Tarafsız eksenin gövdede olduğu kabulüyle dönüştürülmüş alanın basma ve çekme bölgelerinin statik momentleri birbirine eşitlenirse tarafsız eksenin basma yüzünden uzaklığı  $x$  belirlenir. Tarafsız eksene atalet momenti hesaplanabilir.



$$A_s = 4 \cdot \pi \cdot 25^2 / 4 = 1963 \text{ mm}^2, \quad nA_s = 17671 \text{ mm}^2$$

$$\frac{250 \cdot x^2}{2} + 950 \cdot 100 \cdot (x - 50) = 17671 \cdot (430 - x)$$

$$x^2 + 901.4x - 98788 = 0 \Rightarrow x = 10.82 \text{ mm} < t = 100 \text{ mm}$$

tarafsız eksen tabla içinde

$$\frac{1200 \cdot x^2}{2} = 17671 \cdot (430 - x)$$

$$x^2 + 29.5x - 12664 = 0 \Rightarrow x = 98.75 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1200 \cdot 98.75^3}{3} + 17671 \cdot 331.25^2 = 2324.16 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_c = \frac{My}{I_t} = \frac{240 \cdot 10^6}{2324.16 \cdot 10^6} 98.75 = 10.19 \text{ N/mm}^2$$

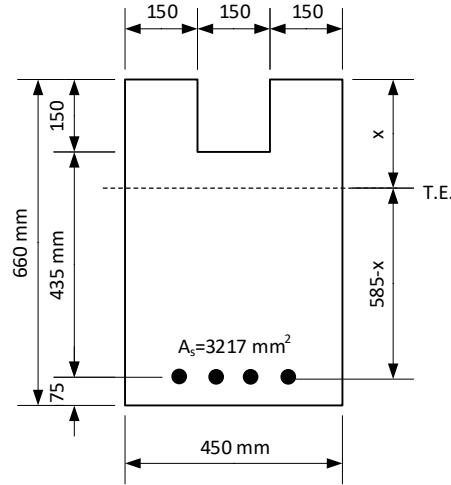
$$\sigma_s = n \frac{My}{I_t} = 9 \frac{240 \cdot 10^6}{2324.16 \cdot 10^6} 331.25 = 307.85 \text{ N/mm}^2$$

# Betonarme Kirişlerde Eğilme Analizi

Şekilde gösterilen kesite sahip kiriş,  $M=149$  kNm'lik pozitif eğilme momenti etkisindedir. Alan dönüştürme yöntemiyle beton ve çelik donatıdaki eğilme gerilmelerini hesaplayınız.

Malzeme: C25/30,  $n=8$ , Denetim: iyi.  
Donatı:  $4\phi 32$  ( $A_s=3217 \text{ mm}^2$ )

Çözüm: Tarafsız eksenin gövdede olduğu kabulüyle dönüştürülmüş alanın basma ve çekme bölgelerinin statik momentleri birbirine eşitlenirse tarafsız eksenin basma yüzünden uzaklığı  $x$  belirlenir. Daha sonra tarafsız eksene göre atalet momenti hesaplanır.



$$A_s = 4 \cdot \pi \cdot 32^2 / 4 = 3217 \text{ mm}^2, \quad nA_s = 25736 \text{ mm}^2$$

$$\frac{450 \cdot x^2}{2} - 150^2 \cdot (x - 75) = 25736 \cdot (585 - x)$$

$$x^2 + 14.38x - 59413.6 = 0 \Rightarrow x = 236.7 \text{ mm} > 150 \text{ mm}$$

$$I = \frac{300 \cdot 236.7^3}{3} + \frac{150 \cdot 86.7^3}{3} + 25736 \cdot (585 - 236.7)^2 = 4480.85 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_c = \frac{My}{I_t} = \frac{149 \cdot 10^6}{4480.85 \cdot 10^6} 236.7 = -7.87 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = n \frac{My}{I_t} = 8 \frac{149 \cdot 10^6}{4480.85 \cdot 10^6} 348.3 = 92.66 \text{ N/mm}^2$$

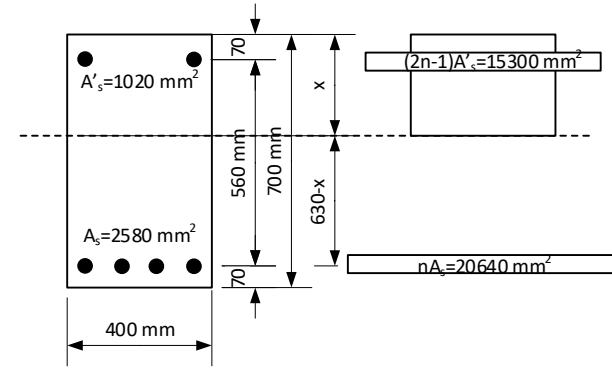
## Çift donatılı betonarme kiriş

Çift donatılı kirişlerin ekonomik olmadığına inanılsa da bazı avantajları bulunmaktadır. Tek donatılı kirişlerle göre daha küçük boyutlu kiriş yapımı mümkündür. Mekan darlığı ya da Mimari nedenler yüzünden bazı kirişler çift donatılı yapılmak zorunda kalınabilir. Uzun süreli şekil değiştirmelerin azaltılmasında da çift donatılı kirişin avantajları vardır. Ayrıca etriye adı verilen kesme donatılarının yerleştirilebilmesi için her kirişin basma bölgesinde en az iki adet montaj donatısı bulunmaktadır.

Basma kuvvetleri etkisindeki betonun zamanla hacimce küçülmesi olayına sünme adı verilir. Basma bölgesindeki donatı, sünme deformasyonların azaltılmasında etkilidir. Betondaki sünme olayı nedeniyle basma bölgesindeki donatı gerilmesinin zamanla iki katına çıktığı kabul edilir.

Ayrıntılı bir hesaplamada basma donatısı alanının  $(2n-1)$  ile çarpılması gerekir. Basma bölgesi dönüştürülmüş alanı, basma bölgesindeki toplam beton alanı artı donatı alanı çarpı  $2n$ , eksi donatı boşluklarındaki beton alanıdır. Sonuç olarak basma bölgesi beton alanına  $(2n-1)A_s'$  alanı eklenmelidir. Atalet momenti hesabında da  $(2n-1)$  dikkate alınır. Basma donatısındaki gerilme hesaplanırken o noktadaki beton gerilmesi  $2n$  ile çarpılır.

Şekilde gösterilen kiriş,  $M=275$  kNm'lik pozitif eğilme momenti etkisindedir. Alan dönüştürme yöntemiyle beton ve çelik donatıdaki eğilme gerilmelerini hesaplayınız. Malzeme: C25/30,  $n=8$ , Denetim: iyi. Donatı:  $4\phi 32$  ( $A_s=3217 \text{ mm}^2$ )



$$\frac{400 \cdot x^2}{2} + (16-1) \cdot 1020 \cdot (x-70) = 8 \cdot 2580 \cdot (630-x)$$

$$x^2 + 179.7x - 70371 = 0 \Rightarrow x = 190.2 \text{ mm}$$

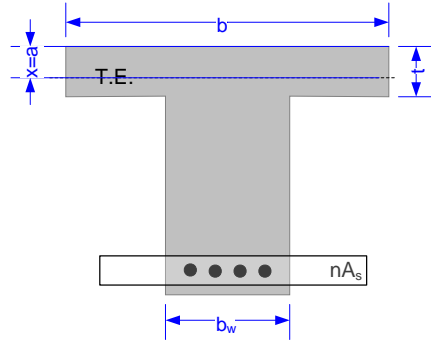
$$I = \frac{400 \cdot 190.2^3}{3} + (16-1) \cdot 1020 \cdot 120.2^2 + 8 \cdot 2580 \cdot 439.8^2 = 5130.75 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_c = \frac{My}{I_t} = \frac{275 \cdot 10^6}{5130.75 \cdot 10^6} 190.2 = -10.19 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s' = 2n \frac{My}{I_t} = \frac{275 \cdot 10^6}{5130.75 \cdot 10^6} 2 \cdot 8 \cdot 120.2 = 103.08 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = n \frac{My}{I_t} = \frac{275 \cdot 10^6}{5130.75 \cdot 10^6} 8 \cdot 439.8 = 188.58 \text{ N/mm}^2$$

$a < t$  ise kesit b genişlikli dikdörtgen olur.



$$\frac{b \cdot x^2}{2} = nA_s \cdot (d - x)$$

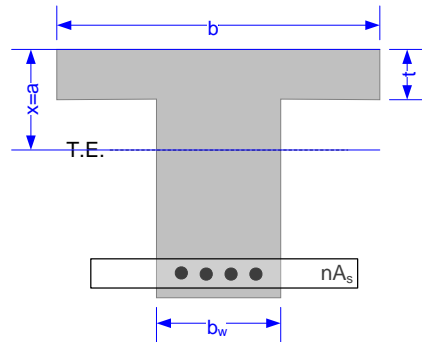
$$\frac{x^2}{2} + \frac{nA_s}{b} x - \frac{nA_s}{b} d = 0 \quad \frac{x^2}{2d^2} + n \left( \frac{A_s}{bd} \right) \frac{x}{d} - n \left( \frac{A_s}{bd} \right) = 0$$

$$x_{1,2} = (-n\rho + \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho}) \cdot d$$

$$M = A_s \sigma_s (d - x/3)$$

$$M = \frac{\sigma_c b x}{2} (d - x/3)$$

$a > t$  ise kesit tablalı olarak dikkate alınır.



$$\frac{b_w \cdot x^2}{2} + (b - b_w)t(x - \frac{t}{2}) = nA_s \cdot (d - x)$$

$$\frac{x^2}{2} + \left[ \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) t + \frac{nA_s}{b_w} \right] x - \frac{nA_s}{b_w} d - \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \frac{t^2}{2} = 0$$

$$A = \frac{1}{2} \quad B = \left[ \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) t + \frac{nA_s}{b_w} \right] \quad C = -\frac{nA_s}{b_w} d - \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \frac{t^2}{2}$$

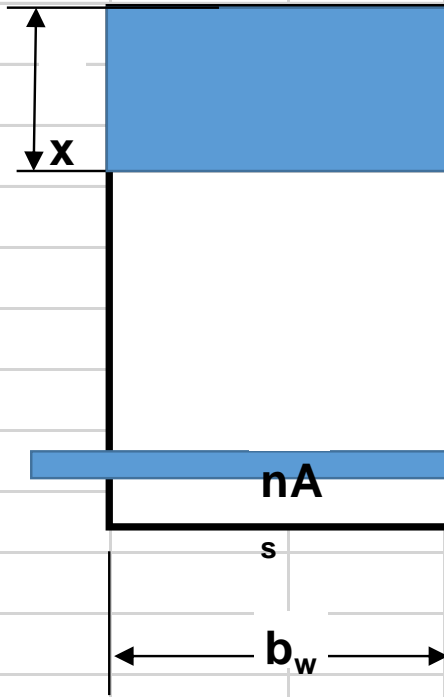
$$x_{1,2} = -B + \sqrt{B^2 - 2C}$$

$$I = \frac{b \cdot x^3}{3} - \frac{(b - b_w)(x - t)^3}{3} + nA_s \cdot (d - x)^2$$



# DİKDÖRTGEN KESİTLİ KİRİŞLERİN EMNİYET GERİLMELERİ YOLUYLA HESABI

$f_{ck} =$	25	N/mm <sup>2</sup>
$f_{yk} =$	420	N/mm <sup>2</sup>
$b_w =$	300	mm
$d =$	400	mm
$A_s =$	800	
$M =$	82	kNm
$\sigma_c^{em} =$	11,25	N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_s^{em} =$	281,4	N/mm <sup>2</sup>
$E_c =$	23495	N/mm <sup>2</sup>
$n =$	8,51	
$n\rho =$	0,056750	
$x =$	113,96	mm
$I_{cr} =$	705181778	mm <sup>4</sup>
$\sigma_c = Mx/I =$	13,25	N/mm <sup>2</sup>
$\sigma_s = nM(d-x)/I =$	283,14	N/mm <sup>2</sup>



Don. sayısı	$\phi$	$A_s$ mm <sup>2</sup>
4	18	1018

Dikdörtgen kesitli kiriş Eşdeğer homogen kesitte T.E. göre basma ve çekme alanlarının statik momentleri eşittir.

$$\frac{b_w x^2}{2} = nA_s (d - x)$$

$$x = n\rho(\sqrt{1 + 2/n\rho} - 1) d$$

$$I = \frac{b_w x^3}{3} + nA_s (d - x)^2$$

$$\sigma_c = \frac{M}{I} x$$

$$\sigma_s = n \frac{M}{I} (d - x)$$

Donatı alanını arttırın

Donatı alanın arttırın ya da kesiti büyütün

Bu excel tablosu iki şekilde kullanılır. Sarı renkli kutulara veri girişi yapılarak Beton ve çelik donatıdaki gerilmeler hesaplanır. Ya da hedef ara fonksiyonu ile beton gerilmesini  $0,45f_{ck}$  yapan moment değeri aranabilir. ya da benzer şekilde çelik gerilmesini  $0,7f_{yk}$  yapan moment değeri belirlenebilir.

# Tablalı Kiriş Emniyet Gerilmeleri ile Tasarım-ASD

Sarı renkli hücrelere veri girişi yapınız - C3-C12 arası hücreler

	$f_{ck} =$	25	Mpa
	$f_{yk} =$	420	Mpa
	$b =$	900	mm
	$b_w =$	250	mm
	$d =$	430	mm
	$t =$	100	mm
	$A_s =$	2250	mm <sup>2</sup>
	$M =$	225	KNm
Emniyet gerilmesi	çelik $\sigma_s =$	273	Mpa
Emniyet gerilmesi	beton $\sigma_c =$	11,25	Mpa
	$E_c = 6895 + 3320 \cdot \sqrt{f_{ck}} =$	23495	MPa
	$n =$	8,512	

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

## İKİNCİ DERECE DENKLEMİN KÖKLERİ

$$A, B, C = 0,5 \quad 468 \quad -57067$$

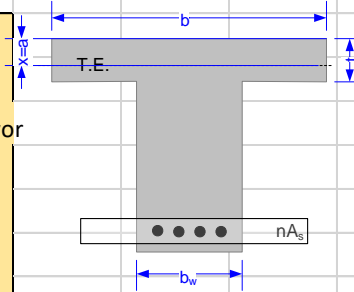
$$x_1 = 109,198$$

$$x_2 = -1045,2$$

$x < t$  ise kesit b genişlikli dikdörtgen olur.

EĞER $x < t$ ise	$\rho =$	0,005813953	
	$n\rho =$	0,049490985	
	$x =$	115,67	mm
	$M_c =$	229,21	
	$M_s =$	240,44	
	$I =$	2356665381	mm <sup>4</sup>
	beton $\sigma_c =$	11,04	Mpa
çelik $\sigma_s =$	255,46	Mpa	

$x > t$  Bu hesap geçersiz kesit tablalı çalışıyor  
-----> dayanımı beton kontrol ediyor



$$\frac{b \cdot x^2}{2} = nA_s \cdot (d - x)$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{nA_s}{b} x - \frac{nA_s}{b} d = 0$$

$$\frac{x^2}{2d^2} + n \left( \frac{A_s}{bd} \right) \frac{x}{d} - n \left( \frac{A_s}{bd} \right) = 0$$

$$x_{1,2} = (-n\rho + \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho}) \cdot d$$

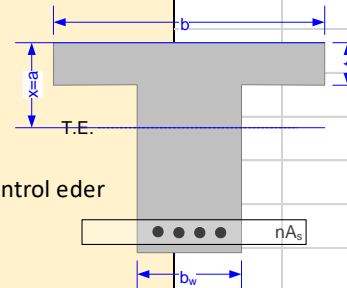
$$M_c = \frac{\sigma_c b x}{2} (d - x/3)$$

$$M_s = A_s \sigma_s (d - x/3)$$

$$\sigma_c = \frac{M}{I} x \quad \sigma_s = n \frac{M}{I} (d - x)$$

EĞER $x > t$ ise	$A =$	0,5	
	$B =$	336,6120451	
	$C =$	-45943,1794	
	$x =$	116,37	mm
	$I =$	2355776014	mm <sup>4</sup>
$M_c = Fcl/x =$	$M_c =$	227,74	kNm
$M_s = Fsl/n(d-x) =$	$M_s =$	240,89	kNm
	beton $\sigma_c =$	11,11	Mpa
	çelik $\sigma_s =$	254,99	Mpa

$x > t$  Kesit tablalı çalışıyor  
<----- dayanımı beton kontrol eder



$x > t$  ise kesit tablalı olarak dikkate alınır.

$$\frac{b_w \cdot x^2}{2} + (b - b_w)t(x - \frac{t}{2}) = nA_s \cdot (d - x)$$

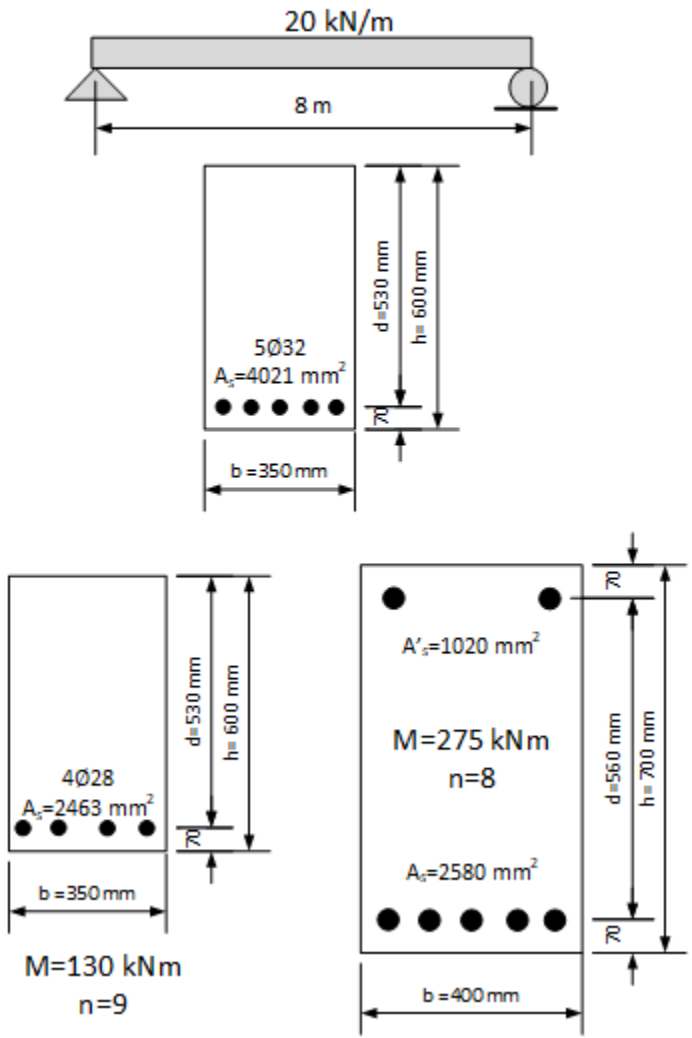
$$\frac{x^2}{2} + \left[ \frac{b}{b_w} - 1 \right] t + \frac{nA_s}{b_w} x - \frac{nA_s}{b_w} d - \frac{b}{b_w} \frac{t^2}{2} = 0$$

$$A = \frac{1}{2} \quad B = \left[ \frac{b}{b_w} - 1 \right] t + \frac{nA_s}{b_w} \quad C = -\frac{nA_s}{b_w} d - \frac{b}{b_w} \frac{t^2}{2}$$

$$x_{1,2} = -B + \sqrt{B^2 - 2C}$$

$$I = \frac{b \cdot x^3}{3} - \frac{(b - b_w)(x - t)^3}{3} + nA_s \cdot (d - x)^2$$

Aşağıda gösterilen kesitlerde beton ve çelik için eğilme gerilmelerini hesaplayınız.

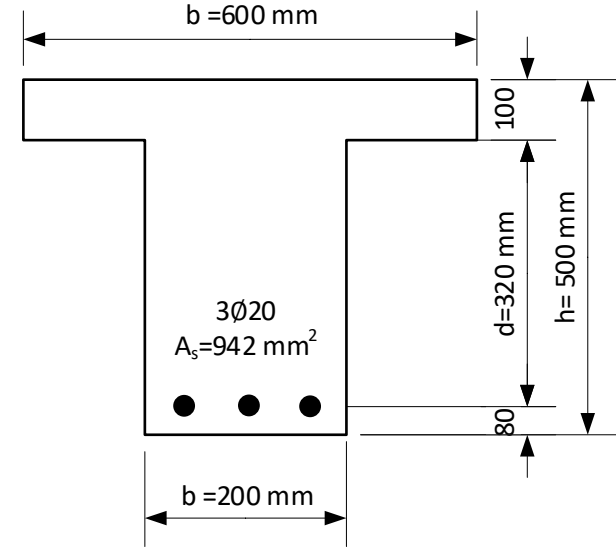


Şekilde gösterilen kesite sahip kiriş,  $M = 125$  kNm'lik pozitif eğilme momenti etkisindedir. Alan dönüştürme yöntemiyle beton ve çelik donatıdaki eğilme gerilmelerini hesaplayınız.

Malzeme: C25/30, B420C,  $n=8$ , Denetim: iyi.

Çözüm:  $x=99.25$  mm

$\sigma_c = 10.85$  N/mm<sup>2</sup>,  $\sigma_s = 280.52$  N/mm<sup>2</sup>

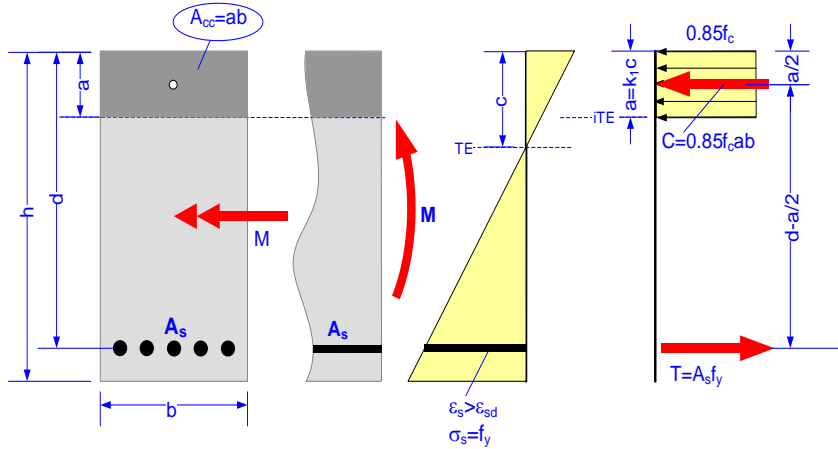


# Betonarme Kirişlerde Eğilme Analizi

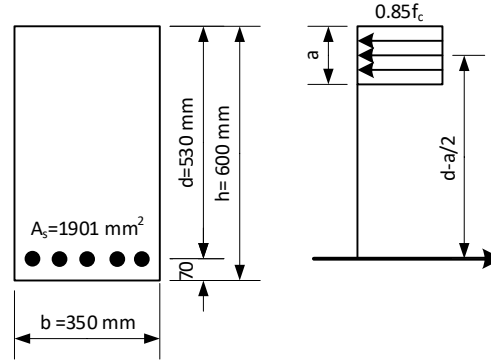
## Nihai Eğilme Momenti = Göçme oluşturan Eğilme Momenti

Burada bir kirişin göçme momentinin belirlenmesi hususuna ana hatlarıyla giriş yapılacaktır. Çelik donatının, basma bölgesindeki beton ezilmeden önce aktığı kabul edilir. Basma bölgesindeki beton gerilmesi ( $0.5 f_{ck}$ ) değerini aştıktan sonra gerilme yayılımı doğrusal olmaktan hızla uzaklaşır. Hesaplama gerçekte beton gerilmeleri eşdeğer bir dikdörtgenle temsil edilir. Bu eşdeğer dikdörtgenin alan merkezi ile toplam şiddetinin (bileşkesinin) gerçekte gerilme diyagramı ile aynı olması için deneysel çalışmalar sonucunda yüksekliğinin ( $a=k_1 \cdot c$ ) ile şiddetinin ise ( $0.85 f_{ck}$ ) ile tanımlanması uygun bulunmuştur. Bu kabullerden sonra kiriş kesitinin moment direnci aşağıdaki basit adımlarla hesaplanabilmektedir.

- 1- Toplam çekme kuvvetini hesaplayınız  $T=A_s f_{yk}$
- 2- Toplam basma kuvvetini ( $C=0.85 f_{ck} ab$ ) toplam çekme kuvvetine ( $A_s f_{yk}$ ) eşitleyin.
- 3- T ve C kuvvetleri arasındaki uzaklığı ( $d-a/2$ ) hesaplayınız.
- 4- Nihai yada göçme momenti için T yada C ile bu kuvvetler arası uzaklık çarpılır.



Şekilde gösterilen kiriş kesitinin nihai moment kapasitesini hesaplayınız. Malzeme: C25/30, B420C Denetim: iyi. Donatı: 5 $\phi$ 22 ( $A_s=1901 \text{ mm}^2$ )



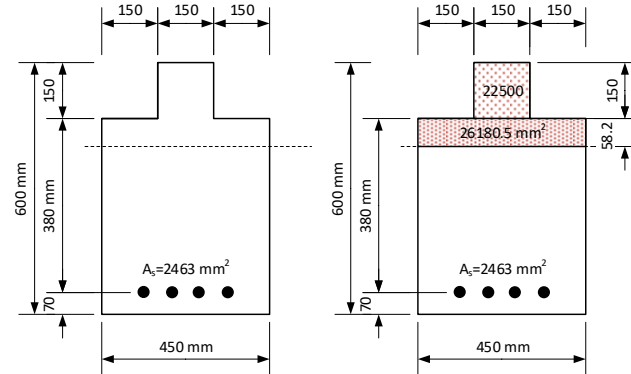
$$T = A_s f_{yk} = 5 \cdot \pi \cdot 22^2 / 4 \cdot 420 = 798279 \text{ N}$$

$$C = 0.85 \cdot f_{ck} \cdot ab = 0.85 \cdot 25 \cdot a \cdot 350 = 7437.5 \cdot a$$

$$a = 107.3 \text{ mm}$$

$$M_u = 798279 \cdot (530 - 107.3 / 2) = 380.25 \text{ kNm}$$

Şekilde gösterilen kiriş kesitinin nihai moment kapasitesini hesaplayınız. Malzeme: C25/30, B420C Donatı: 4 $\phi$ 28 ( $A_s=2463 \text{ mm}^2$ ) Üst taraftaki 150 mm'lik girintilere öndöküm döşeme elemanları yerleştirilecektir.



$$T = A_s f_{yk} = 4 \cdot \pi \cdot 28^2 / 4 \cdot 420 = 1034464 \text{ N}$$

$$C = 0.85 \cdot f_{ck} \cdot (\text{beton alanı}) = 0.85 \cdot 25 \cdot A_c$$

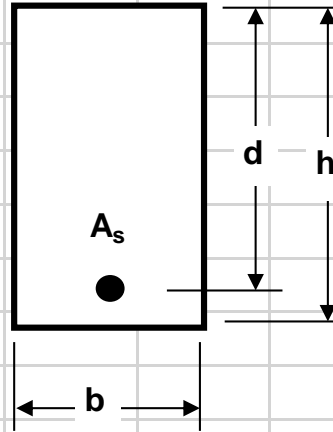
$$A_c = 48680.5 \text{ mm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{22500 \cdot 75 + 26180.5 \cdot 179.1}{48680.5} = 131 \text{ mm}$$

$$M_u = 1034464 \cdot (380 - 131) = 412.75 \text{ kNm}$$

## TEK DONATILI DİKDÖRTGEN KESİTİN GÖÇME MOMENTİ

$f_{ck} =$	24	N/mm <sup>2</sup>
$f_{yk} =$	420	N/mm <sup>2</sup>
$b_w =$	350	mm
$d =$	530	mm
$A_s =$	1530	mm <sup>2</sup>
$A'_s =$	0	mm <sup>2</sup>
$a =$	90,00	mm
$M_u =$	311,66	KNm



### Dikdörtgen Kiriş

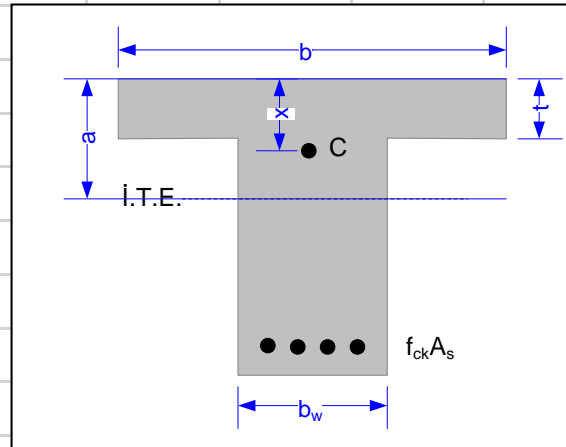
$$0.85 f_{ck} a b_w = A_s f_{yk}$$

$$a = \frac{A_s f_{yk}}{0.85 f_{ck} b_w}$$

$$M_u = A_s f_{yk} \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

## TEK DONATILI TABLALI KESİTİN GÖÇME MOMENTİ

$f_{ck} =$	28	N/mm <sup>2</sup>
$f_{yk} =$	350	N/mm <sup>2</sup>
$b =$	1200	mm
$b_w =$	250	mm
$d =$	430	mm
$t =$	100	mm
$A_s =$	2012	mm <sup>2</sup>
$A'_s =$	0	mm <sup>2</sup>
$a =$	24,66	
$x =$	12,33	mm
$M_u =$	294,12	KNm



### Tablalı Kiriş

$$\text{Eğer } A_s f_{yk} < 0.85 f_{ck} b t \rightarrow a = \frac{A_s f_{yk}}{0.85 f_{ck} b} \rightarrow x = \frac{a}{2}$$

$$a = \frac{A_s f_{yk}}{0.85 f_{ck} b_w} - (b - b_w) \frac{t}{b_w}$$

$$x = \frac{b_w a \cdot \frac{a}{2} + (b - b_w) t \cdot \frac{t}{2}}{b_w a + (b - b_w) t} = \frac{1}{2} \left[ \frac{b_w a^2 + (b - b_w) t^2}{b_w a + (b - b_w) t} \right]$$

$$M_u = A_s f_{yk} (d - x)$$

$a < t$  için göçme momenti

Aşağıda gösterilen kesitlerde göçme momentini hesaplayınız.

Problem	b (mm)	d (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$f_{ck}$	$f_{yk}$	Cevap
1	300	600	3018	35	350	
2	320	600	3018	28	350	560.5 kNm
3	350	530	1530	24	420	
4	370	530	1530	24	420	313 kNm

